

卡尔曼滤波器在球杆系统噪声抑制中的应用

卢秀和¹ 魏坤¹ 谢新月²

摘要

建立球杆系统模型并分析系统中噪声,采用卡尔曼滤波器来克服球杆系统中的测量噪声和控制噪声对控制性能的影响,并在 MATLAB 环境下进行对比仿真实验,验证了滤波器对噪声的有效抑制作用.

关键词

球杆系统;卡尔曼滤波;PID 控制

中图分类号 TN713

文献标志码 A

0 引言

Introduction

球杆系统是为自动控制原理等基础控制课程教学实验设计的实验设备,是一个非线性不稳定系统. 通常用于验证对于不稳定和非线性系统的控制结论,发现常规控制方法的一些不足并进行必要修正. 目前对球杆系统的研究通常是先进行线性化,然后对理想情况下的系统进行控制,常见的有最优控制、鲁棒控制、基于遗传算法和模糊控制的 PID 控制等^[1-2],但是对于球杆系统工作过程中存在外界干扰的分析较少. 本文将对球杆系统进行线性化,然后使用带有卡尔曼滤波器的 PID 控制器针对系统进行控制,通过滤波减小系统受到外部噪声的影响,提高控制的精度和速度.

1 球杆系统模型及噪音分析

Ball-beam model and noise analysis

如图 1 所示,球杆系统轨道的一侧为钢杆,另一侧为直线位移传感器,当钢球在轨道上滚动时,通过测量钢杆上输出的电压信号获得钢球在轨道上的位置 x . 电机转动带动齿轮系驱动杠杆臂转动,轨道随杠杆臂的转动与水平方向有一偏角,钢球的重力分量使钢球沿着轨道滚动. 而控制系统通过调节伺服角度 θ ,使得钢球保持在轨道上预定位置^[6].

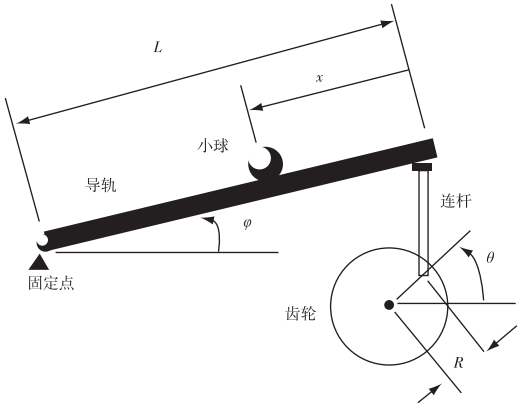


图 1 球杆系统结构

Fig. 1 Structure diagram of ball-beam system

收稿日期 2009-06-02

资助项目 国家科技支撑计划(2007BAE17B02);
吉林省科技发展计划(20060402-1)

作者简介

卢秀和,男,博士,教授,主要从事电力变换节能技术及数字传动系统的研究工作

魏坤(通讯作者),男,硕士生,研究方向为电力电子与电力传动. weikn111@163.com

1 长春工业大学 电气与电子工程学院,长春,130000

2 空军航空大学 航理系,长春,130022

1.1 机械模型

将小球在导轨上滚动的过程近似成一个质点在没有摩擦的光滑表面上滚动^[4,6-7]. 根据牛顿定理, 小球在导轨上滚动的动力学方程为 $m\ddot{x}(t) = mg\sin\phi(t)$. 其中: $x(t)$ 为小球在轨道上的位置; m 为小球的质量; g 为小球的重力加速度; $\phi(t)$ 为导轨与水平面之间的夹角.

由于实际系统中导轨与水平面之间的夹角 $\phi(t)$ 相当小, 将上式线性化得到

$$\ddot{x}(t) = g\phi(t),$$

将其进行拉普拉斯变换得到以下传递函数:

$$\frac{X(s)}{\Phi(s)} = \frac{g}{s^2}.$$

1.2 角度模型

在实际控制过程中, 导轨与水平面之间的夹角 $\phi(t)$ 是由直流伺服电机的转角输出来实现的. 导轨仰角 $\phi(t)$ 与电机转角 $\theta(t)$ 之间的关系是非线性的. 同时大小齿轮的减速比也影响两者之间的关系. 在仿真过程中, 可近似认为

$$\frac{\Phi(s)}{\theta(s)} = \frac{\phi(t)}{\theta(t)} = \frac{R}{L}.$$

其中: R 是电机盘的半径; L 是导轨的长度.

1.3 直流伺服电机的数学模型

电机输出将直接控制导轨的仰角, 也就直接影响小球在导轨上的位置. 目前球杆系统中的电机通常由 IPM100 运动控制卡所控制, 故其响应速度相当快, 且电机转角 $\theta(t)$ 对电压 $u(t)$ 的响应时间常数也很小. 因此, 可将直流伺服电机数学模型近似为一个纯增益 K .

从而得到整个球杆系统可以近似为由 3 个系统串联而成的系统: 球杆机械部分、角度转换部分以及直流电机部分.

从而得到其传递函数:

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{kRg/L}{s^2}.$$

1.4 模型的噪声分析

由于整个系统是通过电机的运动来控制的, 而所有的控制方法都是通过电机来起到控制作用的, 因此当电机的电源存在扰动时, 就会影响到电机的输出, 使控制信号不能十分有效的控制电机的工作, 从而影响球杆系统的控制精度和速度, 即系统存在控制噪声.

小球位置的测量采用电阻传感器. 其内部使用电阻体和电刷, 通过电刷位置的变化, 改变电阻值,

从而影响到电压, 通过测量电压的变化来检测小球的实际位置. 当外界的环境, 例如温度、湿度等发生变化时, 电阻的曲线会发生变化, 同时, 当外加电源出现扰动时, 测量的电压也会产生一定的变化, 从而影响测量结果, 即系统存在测量噪声.

通过上述分析可以得到整个球杆系统的等效图 (图 2), 图中输入信号为给定的小球目标位置, 输出为小球的实际位置.

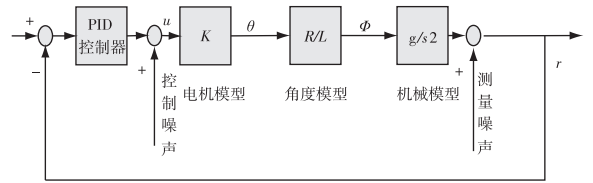


图 2 球杆系统原理

Fig. 2 Schematic diagram of ball-beam system

2 基于卡尔曼滤波器的 PID 控制方法

PID control based on Kalman filter

PID 控制的基本思想是将偏差的比例、积分和微分三参数通过线性组合构成控制器, 从而实现对被控对象的控制. 但在运动控制领域中, 对控制品质的要求越来越高, 且控制对象越来越复杂, 特别是在具有干扰噪声的系统中, 因 PID 控制器的局限性, 控制器的参数难以自动调整, 不能达到理想的控制效果. 因此将卡尔曼滤波器与传统的 PID 控制相结合, 利用卡尔曼滤波器的滤波功能来减小噪声对系统的影响, 将滤波后的信号反馈给 PID 控制器, 来提高控制品质, 减小噪声对系统的影响^[3].

2.1 卡尔曼滤波器

首先将球杆系统的传递函数写成状态方程的形式并进行离散化

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}u(k) + \mathbf{w}(k), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k). \quad (2)$$

其中 $\mathbf{x}(k)$ 是 k 时刻的系统状态, $u(k)$ 是 k 时刻对系统的控制量. \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 是系统参数, 对于多模型系统, 它们为矩阵形式. $\mathbf{y}(k)$ 是 k 时刻的测量值, \mathbf{C} 是测量系统的参数, $\mathbf{w}(k)$ 和 $\mathbf{v}(k)$ 分别表示控制和测量的噪声, 且满足 $E[\mathbf{u}(k)] = E[\mathbf{v}(k)] = 0$, $E[\mathbf{w}(k)\mathbf{w}^T(j)] = \mathbf{Q}$, $E[\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)] = \mathbf{R}$, $E[\mathbf{w}(k)\mathbf{v}^T(j)] = 0$ (即控制噪声和量测噪声不相关), $E[\mathbf{X}_0\mathbf{w}^T(k)] = E[\mathbf{X}_0\mathbf{v}^T(k)] = 0$ (即初始状态与噪声独立).

卡尔曼滤波方程:

状态一步预测

$$\mathbf{x}(k | k - 1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k - 1 | k - 1) + \mathbf{B}u(k). \quad (3)$$

状态估计

$$\mathbf{P}(k | k-1) = \mathbf{A}\mathbf{P}(k-1 | k-1)\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{Q}\mathbf{B}^T. \quad (4)$$

滤波增益

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k | k-1) \mathbf{C}^T / [\mathbf{C} \mathbf{P}(k | k-1) \mathbf{C}^T + \mathbf{R}]. \quad (5)$$

一步预测均方差

$$\mathbf{x}(k | k) = \mathbf{x}(k | k - 1) + \mathbf{K}(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\mathbf{x}(k | k - 1)]. \quad (6)$$

均方误差

$$\mathbf{P}(k | k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{C}]\mathbf{P}(k | k - 1). \quad (7)$$

卡尔曼滤波器首先根据系统离散化后的状态方程和噪声的方差 P, Q 以及控制信号 u 求出卡尔曼滤波增益 K , 然后把滤波增益和被噪声污染的测量信号带入到式(6)得到滤波后的信号, 将滤波器输出与输入的信号的差作为 PID 控制器的输入, 得到控制信号, 使其作用于被控对象, 实现对系统的控制。

2.2 基于卡尔曼滤波的PID 控制器工作过程

图中 A, b, c 由球杆系统传递函数确定, K 是卡尔曼滤波增益, y 为被污染的测量信号, u 为 PID 控制器的输出信号. 系统的输入为小球的目标位置, 输出为小球的实际位置.

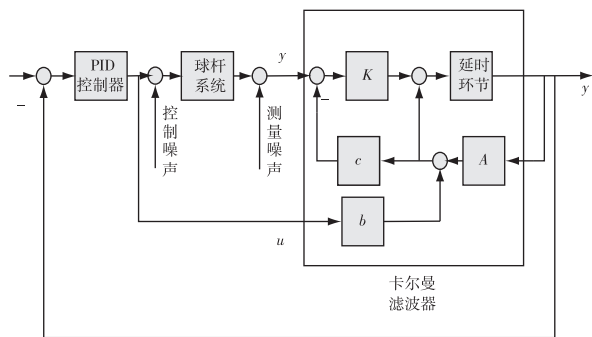


图3 基于卡尔曼滤波的球杆系统原理

Fig. 3 Schematic diagram of Kalman-filter-based ball-beam

根据原理(图3)所示,设仿真时间为 0.01 s,将球杆系统传递函数进行离散化得到:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{b}\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k) =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.01 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k-1) + \begin{bmatrix} 0.005 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k).$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) = [1 \quad 0] \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k).$$

假设系统的初值 $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{u}(0) = 0$, 根据式(3), 有

$$\mathbf{x}(1 \mid 0) = A\mathbf{x}(0) + \mathbf{b}u(0) = 0,$$

$$\mathbf{P}(0) = \mathbf{b}\mathbf{Q}\mathbf{b}^T = \begin{bmatrix} 0.005^2 & 0.005 \\ 0.005 & 1 \end{bmatrix},$$

在系统中采用幅值 0.002,均方差为 1 的白噪声来模拟控制和测量误差。带入式(4)和(5)可以求出 $k=1$ 时的状态估计阵 \mathbf{P} 和滤波增益 \mathbf{K} :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(1 \mid 0) &= \mathbf{A}\mathbf{P}(0)\mathbf{A}^T + \mathbf{b}\mathbf{Q}\mathbf{b}^T = \\ &\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.01 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{P}(0) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.01 & 1 \end{bmatrix}^T + \\ &\begin{bmatrix} 0.005 & \\ & 1 \end{bmatrix} \times 1 \times \begin{bmatrix} 0.005 & 1 \end{bmatrix} \approx \\ &\begin{bmatrix} 0.005 & 0.005 \\ 0.01 & 2.0001 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}(1) &= \mathbf{P}(1 \mid 0)\mathbf{c}^T / [\mathbf{C}\mathbf{P}(1 \mid 0)\mathbf{c}^T + \mathbf{R}] = \\ &\begin{bmatrix} 0.005 & 0.005 \\ 0.01 & 2.0001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \\ &\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.005 & 0.005 \\ 0.01 & 2.0001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 1 \right\}^{-1} \approx \\ &\begin{bmatrix} 0.0049 \\ 0.00995 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

把 \mathbf{K} 的值带入式(6),就可以得到系统估计值 $\mathbf{x}(1|1)$,然后通过观测方程(2)计算出系统滤波后的输出结果,与输入信号(即使使小球稳定的位置)比较后的差值作为 PID 控制器的输入,从而得到球杆系统的控制信号,不断重复上面的运算过程,就可以控制小球稳定在给定的位置.

3 系统仿真

System simulation

将 PID 参数设置为 $k_p=6, k_i=0.8, k_d=0.2$ 在 MATLAB 环境下进行编程仿真^[8-9], 结果见图 4。

通过图4可知:采用卡尔曼滤波后,谐波含量显著减小,约为输出的2%,系统峰值时间0.06 s,稳定时间 T_s 为0.22 s,系统能够迅速的达到稳定,而未采用卡尔曼滤波的系统,谐波含量超过10%,峰值时间0.12 s, T_s 超过0.8 s(2%精度).

4 结论

Conclusion

通过对比可以看出,采用卡尔曼滤波器后,只要合理选用PID 控制器参数,可以得到稳定的系统输出,显著减小噪声的影响同时,能够有效减少系统的峰值时间,减小震荡次数,快速的使系统达到稳定状态.

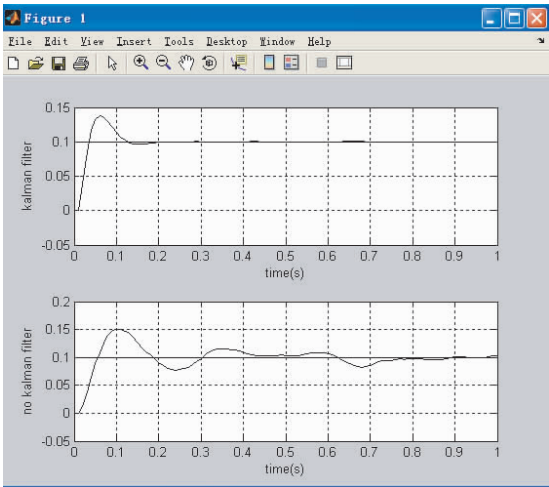


图 4 仿真结果
Fig. 4 Simulation result

在实际的控制中,系统的噪声可能比白噪声复杂,使控制效果相对减弱,但卡尔曼滤波器与 PID 控制器相结合对球杆系统确实具有较好的控制能力,同时也能提高系统的抗干扰能力,达到有效的控制.

参考文献

References

[1] Chang BC, Kwatny H. An application of robust feedback linearization to a ball and beam control problem[J]. Control Applications, 1998(1):694-698

[2] Wen Yu, Floriberto Ortiz. Stability analysis of PD regulation for ball and beam system[C]. 2005 IEEE International Conference on Control Applications, 2005

[3] 邹凌,孙玉强,孙琦. 基于卡尔曼滤波器的 PID 控制仿真研究[J]. 微计算机信息, 2007, 23(6-1):79-81
ZOU Ling, SUN Yuqiang, SUN Qi. A simulation study of PID control based on Kalman filter [J]. Micro- computer Information, 2007, 23(6-1):79-81

[4] 胖永新,金迪,孟宪东. 球杆系统的建模、仿真与控制器设计[J]. 武汉大学学报:工学版, 2005, 38(6):142-146
PANG Yongxin, JIN Di, MENG Xiandong. Modeling, simulation and controller design of ball-beam system[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2005, 38(6):142-146

[5] 刘金琨. 先进 PID 控制 MATLAB 仿真[M]. 2 版. 北京:电子工业出版社, 2004
LIU Jinkun. MATLAB Simulation of Advanced PID Control[M]. 2nd Ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004

[6] 固高科技(深圳)有限公司. 球杆系统 GB1005 用户手册与实验指导书[Z]. 固高科技有限公司, 1999
Googol Technology (SZ) Ltd. User Manual and Experimental Guide-book of Ball-beam System GB1005[Z]. Googol Technology Ltd, 1999

[7] 张志勇,何东键,张建锋,等. 基于 MATLAB 环境下球杆系统 PID 控制器设计[J]. 农机化研究, 2006, (5):103-105
ZHANG Zhiyong, HE Dongjian, ZHANG Jianfeng, et al. The application of MATLAB in the design of ball & beam system PID controller[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2006, (5):103-105

[8] 谢克明. 现代控制理论[M]. 北京:清华大学出版社, 2007
XIE Keming. Theory of Modern Control System[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004

[9] 杨智,朱海峰,黄以华. PID 控制器设计与参数整订方法综述[J]. 化工自动化及仪表, 2005, 32(5):1-7
YANG Zhi, ZHU Haifeng, HUANG Yihua. Summary of PID Controller Design and its Parameter Setting Methods[J]. Control and Instruments in Chemical Industry, 2005, 32(5):1-7

Research on application of Kalman filters to
noise suppression in ball-beam system

LU Xiuhe¹ WEI Kun¹ XIE Xinyue²

1 Institute of Electrical and Electronic Engineering, Changchun University of Technology, Changchun 130000

2 Air force Aviation University, Changchun 130022

Abstract This paper establishes the model of ball-beam system, analyzes noise in the system, uses the Kalman filter to overcome the effect brought by noise measurement and control on the controllability in the ball-beam system, and conducts the simulation contrast experiment using MATLAB so as to confirm the filter's effective inhibitory action on the noise.

Key words ball-beam system; Kalman filter; PID control