



电力系统元件非线性微分-代数子系统模型的 逆系统控制:一种新算法

摘要

针对电力系统元件非线性微分-代数子系统模型,本文提出一种新算法研究其逆系统控制问题.所提出的新算法不需要对控制输出及其高阶导数做复杂的变换,具有更好的应用性.本文的逆系统控制方法主要分为两步:第1步,利用所提出的新算法来判断被控元件的可逆性,若可逆,则基于状态反馈与动态补偿,构造出元件的 α 阶积分右逆系统,实现复合系统的线性化和解耦;第2步,利用线性控制的理论和方法设计闭环控制器,使得元件被控对象满足期望的性能指标.最后按照本文所提出的方法,研究了多机电力系统的分散非线性汽门控制问题.仿真结果验证了本文所提方法的有效性.

关键词

电力系统;元件;微分-代数子系统;逆系统

中图分类号 TP13

文献标志码 A

收稿日期 2016-08-18

资助项目 国家自然科学基金(51575283,61403207);江苏省自然科学基金(BK20131000);江苏省高等学校大学生创新创业训练计划(201610300061)

作者简介

臧强,男,博士,副教授,研究方向为电力系统控制及非线性控制.zangq@nuist.edu.cn

- 1 南京信息工程大学 信息与控制学院,南京,210044
- 2 南京信息工程大学 大气环境与装备技术协同创新中心,南京,210044
- 3 南京信息工程大学 江苏省气象能源利用与控制技术工程研究中心,南京,210044

0 引言

近年来,对于电力系统非线性微分-代数(Differential-Algebraic Equations, DAE)系统模型的研究取得了很大进展.文献[1]将非线性常微分方程(Ordinary Differential Equations, ODE)系统的Lyapunov方法进行了扩展,给出了非线性DAE系统稳定的充分条件,并将其应用于电力系统的稳定性分析;文献[2]给出了非线性DAE系统的精确反馈线性化方法,并用于解决带有非线性负荷的电力系统控制问题.而进一步的研究表明,电力系统元件模型本质上是指数1且关联可测的非线性DAE子系统模型,与电力系统其余部分存在相互约束,受电力系统其余部分产生的“关联输入变量”的影响^[3].针对基于上述DAE子系统模型的电力系统元件,文献[4]系统地讨论了其系统特性,并给出了研究其控制问题的一般性思路;文献[5]研究了其非线性反步控制方法,实现了闭环系统的渐近稳定;文献[6]则研究了电力系统DAE模型的降阶问题,使等价模型更适合于控制器设计.

在各种非线性控制方法中,逆系统方法不需要进行复杂的坐标变换,过程简单明了,物理意义清晰且适用于一般非线性系统,在系统的线性化、解耦等控制问题的研究具有重要的地位^[7].文献[8-9]提出了一种所谓的“递归算法”,用以判断电力系统元件非线性DAE子系统的可逆性问题.然而该算法需要在每一步对控制输出及其高阶导数做复杂的变换,若系统输出维数较高,该算法的复杂性将显著增长,应用性不强.

针对电力系统元件非线性DAE子系统模型,本文提出一种新算法,来研究其逆系统控制问题.与文献[8-9]的结果相比,本文所提出的新算法不需要对控制输出及其高阶导数做复杂变换,更易于计算,应用性更强.本文主要内容安排如下:首先对电力系统元件非线性DAE子系统模型的系统特性进行了描述,同时给出了非线性DAE子系统的 α 阶积分右逆系统定义;然后给出新算法,以判断被控元件的可逆性,若元件可逆,则构造出物理可实现的逆系统,实现复合系统的线性化解耦;最后利用本文所提出的控制方法,研究了多机电力系统的分散非线性汽门控制问题并进行了仿真,仿真结果验证了本文所提方法的有效性.

1 系统的描述和问题的提出

包含 N 个元件的电力系统,其中第 i 个元件的非线性 DAE 子系统模型如下^[3-4]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{f}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i, \mathbf{u}_i), \\ \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i, \bar{\mathbf{v}}_i) = \mathbf{0}, \\ \mathbf{y}_i = \mathbf{h}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i, \bar{\mathbf{v}}_i), \quad i = 1, \dots, N, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^{n_i}$, $\mathbf{z}_i \in \mathbf{R}^{l_i}$, $\mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^{m_i}$, $\mathbf{y}_i \in \mathbf{R}^{m_i}$ 分别为微分变量、代数变量、控制输入和控制输出, $\bar{\mathbf{v}}_i \in \mathbf{R}^{s_i}$ 为关联输入变量,反映电力系统其余部分对元件 i 的影响. $\mathbf{f}_i \in \mathbf{R}^{n_i}$, $\mathbf{g}_i \in \mathbf{R}^{l_i}$, $\mathbf{h}_i \in \mathbf{R}^{m_i}$ 均为定义域上的光滑映射.为符号简明和描述方便计,下文将省略(1)中的下标 i .

元件(1)具有如下性质:

性质 1 代数方程 $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{v}})$ 关于代数变量 \mathbf{z} 的偏导数矩阵具有常满秩:

$$\text{rank} \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}^T} \right) = l, \quad (2)$$

即元件(1)是指数 1 的.

性质 2 关联输入变量 $\bar{\mathbf{v}}$ 及其低阶导数(一般指一阶导数)都是本地有界可测的.

通过适当选取代数变量 \mathbf{z} 和关联输入变量 $\bar{\mathbf{v}}$,性质 1 和性质 2 对于实际电力系统元件都是成立的(见后文的“同步发电机分散非线性汽门控制设计”).关于模型(1)更详细的描述请参见文献[3-4].

接下来给出元件非线性 DAE 子系统(1)的 α 阶积分右逆系统定义.

定义 1^[8] 对于非线性 DAE 子系统(1),若存在系统 $\bar{\Sigma}_\alpha$ 具有映射关系: $\hat{\mathbf{y}} = \bar{\theta}_\alpha(\boldsymbol{\varphi}, \bar{\mathbf{v}})$, 其输入 $\boldsymbol{\varphi}(t) = (\varphi_1, \dots, \varphi_m)^T$ 为满足一定初始条件的连续函数向量.若取 $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\vartheta}^{(\alpha)} \triangleq (\vartheta_1^{(\alpha_1)}, \dots, \vartheta_m^{(\alpha_m)})^T$, 当 $\mathbf{u}(t) = \hat{\mathbf{y}}(t)$ 时,有 $\mathbf{y}^{(\alpha)} = \boldsymbol{\varphi}$, 这里 $\mathbf{y}^{(\alpha)} \triangleq (y_1^{(\alpha_1)}, \dots, y_m^{(\alpha_m)})^T$, $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)^T$ (或等价的: $y_i^{(\alpha_i)} = \varphi_i, i = 1, \dots, m$), 则称系统 $\bar{\Sigma}_\alpha$ 是非线性 DAE 子系统(1)的一个 α 阶积分右逆系统,此时称非线性 DAE 子系统(1)是可逆的.

由定义 1 可知,若元件(1)的 α 阶积分右逆系统 $\bar{\Sigma}_\alpha$ 存在,那么将 $\bar{\Sigma}_\alpha$ 串联在元件被控对象之前,将把元件补偿成标准的积分型解耦系统 $y_i^{(\alpha_i)} = \varphi_i$, 从而实现复合系统的线性化和解耦.

对由非线性 DAE 子系统模型(1)描述的电力系统元件,本文提出一种新算法,来研究其逆系统控制问题.所提出的逆系统控制方法主要分为两步:第 1

步,利用所提出的新算法来判断被控元件的可逆性,若可逆,则基于状态反馈与动态补偿构造出元件的 α 阶积分右逆系统 $\bar{\Sigma}_\alpha$, 实现复合系统的线性化和解耦;第 2 步,在此基础上再进一步利用线性控制理论和方法设计闭环控制器,使得元件被控对象(1)满足期望的性能指标.

2 新递归算法

由式(2)可知 $\left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}^T} \right)^{-1}$ 存在.首先引入算子^[8]:

$$E_\xi(\mathbf{F}) \triangleq \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \boldsymbol{\xi}^T} \Big|_{\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{v}}) = \mathbf{0}} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \boldsymbol{\xi}^T} - \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{z}^T} \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}^T} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\xi}^T} \quad (3)$$

表示函数 $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \mathbf{y}, \dots, \mathbf{y}^{(k)}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(k)})$ 在约束 $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{v}}) = \mathbf{0}$ 下对变量 $\boldsymbol{\xi}$ 的偏导,其中 $\boldsymbol{\xi}$ 为 $\mathbf{x}, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{v}}$ 中的某一个变量.

接下来给出算法的详细步骤:

步骤 1. 设 $y_j = h_j(j = 1, \dots, m)$ 是控制输出向量 $\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{v}})$ 的第 j 个元素.不失一般性,设对 y_1 求 k_1 阶导数后首次显含控制输入 \mathbf{u} , 即

$$y_1^{(k_1)} = h_1^{(k_1)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(k_1)}), \quad (4)$$

这里

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= E_x(h_1)\mathbf{f} + E_v(h_1)\dot{\bar{\mathbf{v}}}, \\ h_1^{(q_1)} &= E_x(h_1^{(q_1-1)})\mathbf{f} + E_v(h_1^{(q_1-1)})\dot{\bar{\mathbf{v}}} + \sum_{i=1}^{q_1-1} \frac{\partial h_1^{(q_1-1)}}{\partial (\bar{\mathbf{v}}^{(i)})^T} \bar{\mathbf{v}}^{(i+1)}, \\ q_1 &= 2, \dots, k_1, \end{aligned} \quad (5)$$

此时矩阵 $\frac{\partial y_1^{(k_1)}}{\partial \mathbf{u}^T}$ 的秩 $\text{rank} \left(\frac{\partial y_1^{(k_1)}}{\partial \mathbf{u}^T} \right)$ 可能存在如下两种情况:

情况 1: 若 $\text{rank} \left(\frac{\partial y_1^{(k_1)}}{\partial \mathbf{u}^T} \right) = 1$, 则定义

$$Y_1 = y_1^{(k_1)} = h_1^{(k_1)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \bar{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(k_1)}), \quad (6)$$

同时记 $\gamma_1 = k_1$, 算法进入下一步.

情况 2: 不存在有限的非负整数 k_1 使得 $\text{rank} \left(\frac{\partial y_1^{(k_1)}}{\partial \mathbf{u}^T} \right) = 1$. 此时算法停止.

步骤 2. 设对 y_2 求导 k_2 次之后首次出现控制输入 \mathbf{u} :

$$y_2^{(k_2)} = h_2^{(k_2)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \bar{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(k_2)}), \quad (7)$$

此时 $\text{rank} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}^T} \begin{pmatrix} Y_1 \\ y_2^{(k_2)} \end{pmatrix} \right)$ 可能存在如下 3 种情况:

情况 1: 若 $\text{rank} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}^T} \begin{pmatrix} Y_1 \\ y_2^{(k_2)} \end{pmatrix} \right) = 2$, 则记 $\gamma_2 = k_2$, 此

时算法进入下一步.

情况 2: 若 $\text{rank}\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}^T}\left(\begin{matrix} Y_1 \\ y_2^{(k_2)} \end{matrix}\right)\right) = 1$, 即 Y_1 与 $y_2^{(k_2)}$ 关

于 \mathbf{u} 是函数相关的, 此时继续对 $y_2^{(k_2)}$ 求导. 另外, 为了避免求导过程中出现控制输入 \mathbf{u} 的导数, 可以从式 (6) 中解出控制输入 \mathbf{u} 的相关分量, 将其代入式 (7) 可得

$$y_2^{(k_2)} = h_2^{(k_2)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, y_1^{(\gamma_1)}, \bar{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma_1)}), \quad (8)$$

其中 $\gamma_1 = \max\{\gamma_1, k_2\}$, 然后继续对 $y_2^{(k_2)}$ 求导.

不失一般性, 假设对 $y_2^{(k_2)}$ 求导 k'_2 次后可得

$$\text{rank}\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}^T}\left(\begin{matrix} y_1^{(\gamma_1)} \\ y_2^{(k_2+k'_2)} \end{matrix}\right)\right) = 2, \quad (9)$$

此时定义

$$\mathbf{Y}_2 = \begin{pmatrix} y_1^{(\gamma_1)} \\ y_2^{(k_2+k'_2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1^{(\gamma_1)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \bar{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma_1)}) \\ h_2^{(k_2+k'_2)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, y_1^{(\gamma_1)}, \dots, y_1^{(\gamma_1+k'_2)}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma_1+k'_2)}) \end{pmatrix}, \quad (10)$$

同时记 $\gamma_2 = k_2 + k'_2$. 算法进入下一步.

情况 3: 不存在有限的非负整数使得式 (9) 成立. 算法终止.

步骤 $i+1$ ($i=2, \dots, m-1$). 一般性的, 设直到第 i 步都能得到一系列非负整数 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_i$ 使得下式成立:

$$\text{rank}\left(\frac{\partial \mathbf{Y}_i}{\partial \mathbf{u}^T}\right) = i, \quad (11)$$

其中 $\mathbf{Y}_i = (y_1^{(\gamma_1)}, \dots, y_i^{(\gamma_i)})^T$. 设对 y_{i+1} 求导 k_{i+1} 次后首次出现控制输入 \mathbf{u} , 即

$$y_{i+1}^{(k_{i+1})} = h_{i+1}^{(k_{i+1})}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \bar{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(k_{i+1})}), \quad (12)$$

与步骤 2 类似, 此时 $\text{rank}\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}^T}\left(\begin{matrix} \mathbf{Y}_i \\ y_{i+1}^{(k_{i+1})} \end{matrix}\right)\right)$ 可能存在如下 3 种情况:

情况 1: 若 $\text{rank}\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}^T}\left(\begin{matrix} \mathbf{Y}_i \\ y_{i+1}^{(k_{i+1})} \end{matrix}\right)\right) = i+1$, 则定义

$\mathbf{Y}_{i+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_i \\ y_{i+1}^{(k_{i+1})} \end{pmatrix}$ 并记 $\gamma_{i+1} = k_{i+1}$. 算法进入下一步.

情况 2: 若 $\text{rank}\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}^T}\left(\begin{matrix} \mathbf{Y}_i \\ y_{i+1}^{(k_{i+1})} \end{matrix}\right)\right) = i$, 则继续对 $y_{i+1}^{(k_{i+1})}$

求导. 为了避免求导过程中出现控制输入 \mathbf{u} 的导数, 需先由 \mathbf{Y}_i 中求解出 \mathbf{u} 的相关分量, 然后将其代入式 (12) 可得

$$y_{i+1}^{(k_{i+1})} = h_{i+1}^{(k_{i+1})}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, y_1^{(\gamma_1)}, \dots, y_1^{(\gamma_1+\dots+\gamma_i)}, \dots, y_i^{(\gamma_i)}, \dots, y_i^{(\gamma_i+k_{i+1})}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma_1+\dots+k_{i+1})}), \quad (13)$$

并继续对 $y_{i+1}^{(k_{i+1})}$ 求导.

设对 $y_{i+1}^{(k_{i+1})}$ 求导 k'_{i+1} 次后有下式成立:

$$\text{rank}\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}^T}\left(\begin{matrix} \mathbf{Y}_i \\ y_{i+1}^{(k_{i+1}+k'_{i+1})} \end{matrix}\right)\right) = i+1, \quad (14)$$

此时定义

$$\mathbf{Y}_{i+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_i \\ y_{i+1}^{(k_{i+1}+k'_{i+1})} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1^{(\gamma_1)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \bar{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma_1)}) \\ h_2^{(\gamma_2)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, y_1^{(\gamma_1)}, \dots, y_1^{(\gamma_1+k'_2)}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma_1+k'_2)}) \\ \vdots \\ h_{i+1}^{(\gamma_{i+1})}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, y_1^{(\gamma_1)}, \dots, y_1^{(\gamma_1+\dots+\gamma_{i+1})}, \dots, y_i^{(\gamma_i)}, \dots, y_i^{(\gamma_i+\gamma_{i+1})}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma_1+\dots+\gamma_{i+1})}) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

并记 $\gamma_{i+1} = k_{i+1} + k'_{i+1}$. 算法进入下一步.

情况 3: 不存在有限的非负整数使得式 (14) 成立. 算法终止.

定义 2 设直到第 m 步, 得到一系列非负整数 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$ 使得下式成立:

$$\text{rank}\left(\frac{\partial \mathbf{Y}_m}{\partial \mathbf{u}^T}\right) = m, \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{Y}_m = \begin{pmatrix} y_1^{(\gamma_1)} \\ y_2^{(\gamma_2)} \\ \vdots \\ y_m^{(\gamma_m)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1^{(\gamma_1)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \bar{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma_1)}) \\ h_2^{(\gamma_2)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, y_1^{(\gamma_1)}, \dots, y_1^{(\gamma_1+k'_2)}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma_1+k'_2)}) \\ \vdots \\ h_{i+1}^{(\gamma_{i+1})}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, y_1^{(\gamma_1)}, \dots, y_1^{(\gamma_1+\dots+\gamma_{i+1})}, \dots, y_i^{(\gamma_i)}, \dots, y_i^{(\gamma_i+\gamma_{i+1})}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma_1+\dots+\gamma_{i+1})}) \end{pmatrix}, \quad (17)$$

那么称向量 $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \dots, \gamma_m)^T$ 为元件非线性 DAE 子系统 (1) 的向量相对阶. 若不能找到上述非负整数, 则称 (1) 的向量相对阶不存在.

注 1 不难理解, 如果元件非线性 DAE 子系统 (1) 为单输入单输出系统, 那么只需对控制输出执行算法的第 1 步即可, 即只需对输出 y 一直求导. 此时的向量相对阶 $\boldsymbol{\gamma}$ 若存在, 也将相应地退化为一个常数.

注 2 文献 [8-9] 所提出的递归算法需要控制输出及其高阶导数的复杂变换. 不难理解, 随着控制输出维数的升高, 算法的复杂性将显著增加, 从而降低了其应用性. 而本文所提出的算法则不需要上述变换, 具有更好的应用性.

3 元件非线性 DAE 子系统的可逆性

定理 1 若元件非线性 DAE 子系统(1)存在向量相对阶 γ , 则其是可逆的.

证明 由算法可知,若元件非线性 DAE 子系统(1)的向量相对阶存在,则在第 m 步可得式(16)成立,即有:

$$\text{rank}\left(\frac{\partial \mathbf{Y}_m}{\partial \mathbf{u}^T}\right) = m. \quad (18)$$

由隐函数定理,式(18)存在关于控制输入 \mathbf{u} 的解:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\varphi}_m^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{y}, \dots, \mathbf{y}^{(\gamma)}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma)}). \quad (19)$$

将式(19)中的 \mathbf{y} 替换为 \mathbf{r} 得

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\varphi}_m^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{r}, \dots, \mathbf{r}^{(\gamma)}, \bar{\mathbf{v}}, \dots, \bar{\mathbf{v}}^{(\gamma)}), \quad (20)$$

设 $r_i (i = 1, \dots, m)$ 的最低阶和最高阶导数分别是 $r_i^{(\beta_i)}$ 和 $r_i^{(\alpha_i)}$. 定义

$$\boldsymbol{\varphi} = (\varphi_1, \dots, \varphi_m)^T = (r_1^{(\alpha_1)}, \dots, r_m^{(\alpha_m)})^T, \\ \boldsymbol{\xi}_i = (r_i^{(\beta_i)}, r_i^{(\beta_i+1)}, \dots, r_i^{(\alpha_i-1)})^T, \quad i = 1, \dots, m, \quad (21)$$

并构造如下系统 $\bar{\Sigma}_\alpha$:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_i = \mathbf{A}_i \boldsymbol{\xi}_i + \mathbf{B}_i \boldsymbol{\varphi}_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ \hat{\mathbf{y}} = \boldsymbol{\phi}_m^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\varphi}, \bar{\mathbf{v}}_\gamma), \quad (22)$$

其中

$$\mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}_{(\alpha_i - \beta_i) \times (\alpha_i - \beta_i)},$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{(\alpha_i - \beta_i) \times 1},$$

$$\boldsymbol{\xi} = (\boldsymbol{\xi}_1^T, \dots, \boldsymbol{\xi}_m^T)^T, \bar{\mathbf{v}}_\gamma = (\bar{\mathbf{v}}^T, \dots, (\bar{\mathbf{v}}^{(\gamma_1 + \dots + \gamma_m)})^T)^T, \quad (23)$$

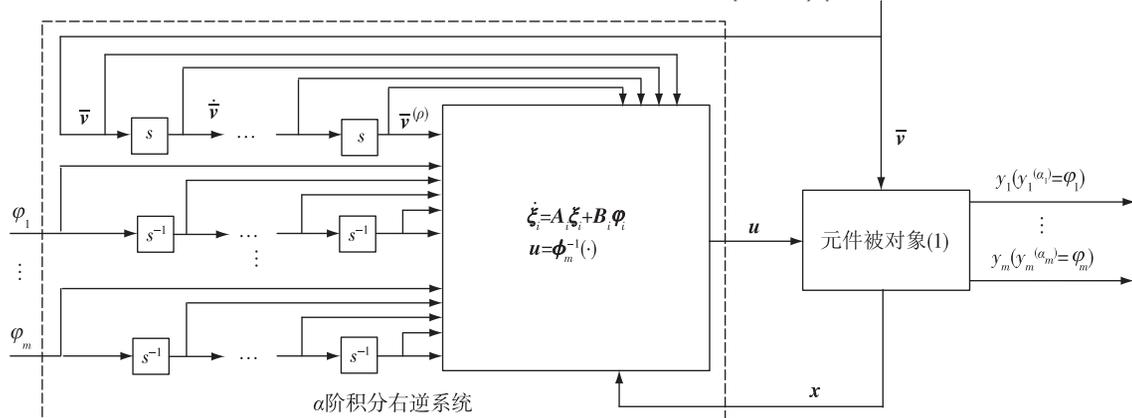


图 1 α 阶积分右逆系统的实现

Fig. 1 Realization of α -order integral right inverse system

把式(22)串联在式(1)之前,将使得式(1)的输出满足 $y_i^{(\alpha_i)}(t) = \varphi_i(t), i = 1, \dots, m$. 由定义 1, 系统(22)是(1)的一个由状态反馈和动态补偿实现的 α 阶积分右逆系统. 证毕.

α 阶积分右逆系统(22)的实现原理如图 1 所示. 显然,此时元件非线性 DAE 子系统(1)已经被(22)补偿为标准的积分型解耦系统: $y_i^{(\alpha_i)} = \varphi_i$. 在此基础上,可以进一步应用线性控制的理论和方法设计闭环控制器 φ_i , 使得元件非线性 DAE 子系统(1)满足期望的性能指标.

4 同步发电机分散非线性汽门控制设计

接下来用本文提出的方法,来设计同步发电机组的分散非线性汽门控制器. 当不考虑同步发电机组的励磁控制作用时,同步发电机组汽门控制系统描述为如下的非线性 DAE 子系统模型^[3]:

$$\delta = f_1 = \omega - \omega_0, \\ \omega = f_2 = \frac{\omega_0}{H} \left\{ P_H + C_{ML} P_{m0} - \frac{D}{\omega_0} (\omega - \omega_0) - \frac{\omega_0}{H} [E'_q + (x_q - x'_d) I_d] I_q \right\}, \\ \dot{P}_H = f_3 = \frac{1}{T_{H\Sigma}} (-P_H + C_H P_{m0} + C_H U_c), \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{v}}) = \mathbf{0}, \\ \text{其中} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} P_t - [E'_q + (x_q - x'_d) I_d] I_q + r_a (I_d^2 + I_q^2) \\ \theta_U - \delta + \text{arccctg} \frac{x_q I_q - r_a I_d}{E'_q - x'_d I_d - r_a I_q} \\ I_t - \sqrt{I_d^2 + I_q^2} \\ Q_t - E'_q I_d + x_q I_q^2 + x'_d I_d^2 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

臧强,等.电力系统元件非线性微分-代数子系统模型的逆系统控制:一种新算法.

这里微分变量 $\mathbf{x} = (\delta, \omega, P_H)^T$ 分别为同步发电机的功角、发电机转子转速和汽轮机高压缸输出功率;代数变量 $\mathbf{z} = (P_t, \theta_U, I_d, I_q)^T$ 分别为发电机有功、发电机母线电压相角和机端电流的 d 轴、 q 轴分量;关联输入变量 $\bar{\mathbf{v}} = (I_t, Q_t)^T$ 分别为发电机定子电流和发电机无功.在发电机正常运行范围内, (I_t, Q_t) 以及 (\dot{I}_t, \dot{Q}_t) 都是本地有界可测的.控制输入 $u = U_c$ 为汽门开度.电力系统汽门控制的主要任务是调节或保持电网频率,所以控制输出取为

$$y = \omega - \omega_0. \quad (26)$$

代数方程 $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{v}})$ 关于代数变量 \mathbf{z} 的 Jacobian 矩阵为

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}^T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & (x_q - x'_d)I_q + 2r_a I_d & (x_q - x'_d)I_d + 2r_a I_q \\ 0 & 1 & \frac{-1}{1 + \eta^2} \frac{\partial \eta}{\partial I_d} & \frac{-1}{1 + \eta^2} \frac{\partial \eta}{\partial I_q} \\ 0 & 0 & \frac{I_d}{I_t} & -\frac{I_q}{I_t} \\ 0 & 0 & -E'_q + 2x'_d I_d & 2x_q I_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a_{13} & a_{14} \\ 0 & 1 & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}, \quad (27)$$

这里 $\eta = \frac{x_q I_q - r_a I_d}{E'_q - x'_d I_d - r_a I_q}$.容易验证,在发电机正常运行范围之内有

$$\det \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}^T} \right) = -\frac{1}{I_t} (2x_q I_d I_q + E'_q I_q - 2x'_d I_d I_q) \neq 0, \quad (28)$$

即 $\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}^T}$ 是常满秩的,同步发电机组(24)满足指数 1 条件.

由式(27)可得

$$\left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}^T} \right)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & b_1 & c_1 \\ 0 & 1 & b_2 & c_2 \\ 0 & 0 & b_3 & c_3 \\ 0 & 0 & -a_{33}^{-1} a_{43} & 1 \end{pmatrix}, \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} b_1 &= -a_{33}^{-1} a_{13} - a_{33}^{-1} a_{43} c_1, \\ b_2 &= -a_{33}^{-1} a_{23} - a_{33}^{-1} a_{43} c_2, \\ b_3 &= 1 - a_{33}^{-1} a_{43} c_3, \\ c_1 &= -c_4^{-1} a_{14} + a_{33}^{-1} c_4^{-1} a_{13} a_{34}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_2 &= -c_4^{-1} a_{24} + a_{33}^{-1} c_4^{-1} a_{23} a_{34}, \\ c_3 &= c_4^{-1} a_{34}, \quad c_4 = a_{44} - a_{33}^{-1} a_{34} a_{43}. \end{aligned} \quad (30)$$

由式(24)和(25), $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \bar{\mathbf{v}})$ 关于 \mathbf{x} 和 $\bar{\mathbf{v}}$ 的 Jacobian 矩阵分别为

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}^T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \bar{\mathbf{v}}^T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (31)$$

从式(24)、(29)和(31),可得代数变量 \mathbf{z} 的微分方程为

$$\dot{\mathbf{z}} = - \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}^T} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}^T} \right) \dot{\mathbf{x}} - \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}^T} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \bar{\mathbf{v}}^T} \right) \dot{\bar{\mathbf{v}}}. \quad (32)$$

下面根据本文所提出的算法,判断系统(24)的可逆性.此时系统为单输入单输出系统,只需对控制输出求导即可.

注意到代数方程和控制输出不显含控制输入 u .由式(4)可得

$$\dot{y} = \frac{\omega_0}{H} \left\{ P_H + C_{ML} P_{m0} - \frac{D}{\omega_0} (\omega - \omega_0) - [E'_q + (x_q - x'_d)I_d] I_q \right\}, \quad (33)$$

显然式(33)不显含汽门控制 U_c .继续对 y 求导可得

$$\dot{y} = \frac{\omega_0}{H} \left[\frac{1}{T_{H\Sigma}} (-P_H + C_H P_{m0} + C_H U_c) - E'_q \dot{I}_q - (x_q - x'_d)(\dot{I}_d I_q + \dot{I}_d I_q) - \frac{D}{\omega_0} f_2 \right], \quad (34)$$

由式(32)可得 \dot{I}_d, \dot{I}_q 分别为

$$\begin{aligned} \dot{I}_d &= -b_3 \dot{I}_t - c_3 \dot{Q}_t, \\ \dot{I}_q &= -a_{33}^{-1} a_{43} \dot{I}_t - \dot{Q}_t, \end{aligned} \quad (35)$$

显然汽门控制 U_c 已经显含在式(34)中.可以验证

$$E_{U_c}(\dot{y}) = \frac{\omega_0 C_H}{HT_{H\Sigma}} \neq 0, \quad (36)$$

算法停止,由定义 1 可知同步发电机(24)是可逆的,此时向量相对阶为常数 2.

由式(34)可得 U_c 的解析表达式为

$$U_c = \frac{HT_{H\Sigma}}{\omega_0 C_H} \left\{ \dot{y} - \frac{\omega_0}{HT_{H\Sigma}} (-P_H + C_H P_{m0}) - (x_q - x'_d)(\dot{I}_d I_q + \dot{I}_d I_q) - \frac{D}{\omega_0} f_2 \right\}, \quad (37)$$

由式(37)、(22)可进一步构造同步发电机(24)的 2 阶逆系统,从而实现复合系统的线性化解耦.

本文选择图 2 所示的两区域四机电力系统进行仿真研究,选取机组 G1 为被控对象.

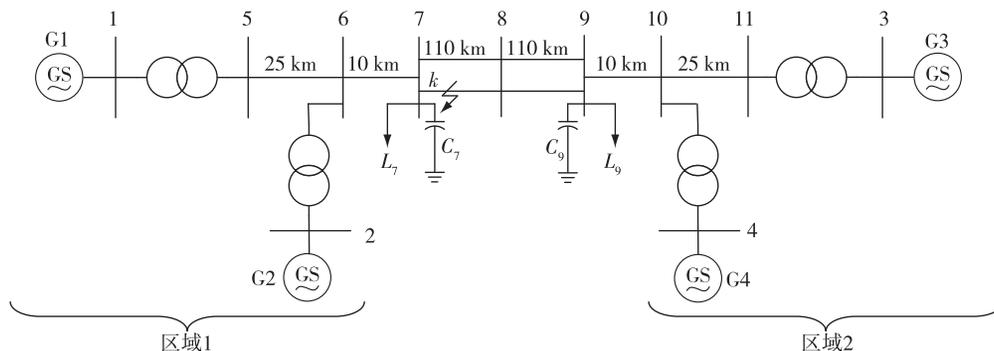


图2 双区域四机电力系统

Fig. 2 Two-area four-machine power systems

系统运行方式为:首先系统双回线稳态运行,0.5 s 线路7—8中的一回线 k 处(仿真中 k 取距母线(7) 0.1 分点)发生三相对称接地短路,故障中的对地电抗为 0.000 1 pu,0.65 s 故障切除,系统恢复到初始运行状态.机组 G1 采用逆汽门控制器,闭环控制器 φ_1 采用 PI 控制,本例中取比例环节为 30,微分环节为 5,其余机组采用传统的控制器,仿真结果如图 3 所示.

由图 3 可见,系统的稳定速度大大加快,机组 G1 的功角振荡被很快平息,逆控制器取得了良好的控制效果.

5 结论

本文针对电力系统元件非线性 DAE 子系统模型,提出了一种新算法研究其逆系统控制问题.新算法避免了已有结果所需要的复杂变换,计算更为简单,具有更好的应用性.若被控元件可逆,则利用逆系统方法,通过状态反馈与动态补偿,设计出 α 阶积分右逆系统,将元件被控对象补偿成标准的积分型解耦系统,从而可以应用线性控制的理论和方法,使元件被控对象满足期望的性能指标.

参考文献

References

[1] Hill D J, Mareels I M Y. Stability theory for differential algebraic systems with application to power systems[J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems, 1990, 37 (11):1416-1423

[2] 王杰,陈陈.电力系统中微分代数模型的非线性控制[J].中国电机工程学报,2001,21(8):15-18
WANG Jie, CHEN Chen. Nonlinear control of differential algebraic model in power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(8):15-18

[3] 戴先中,张凯锋.复杂电力系统的接口概念与结构化

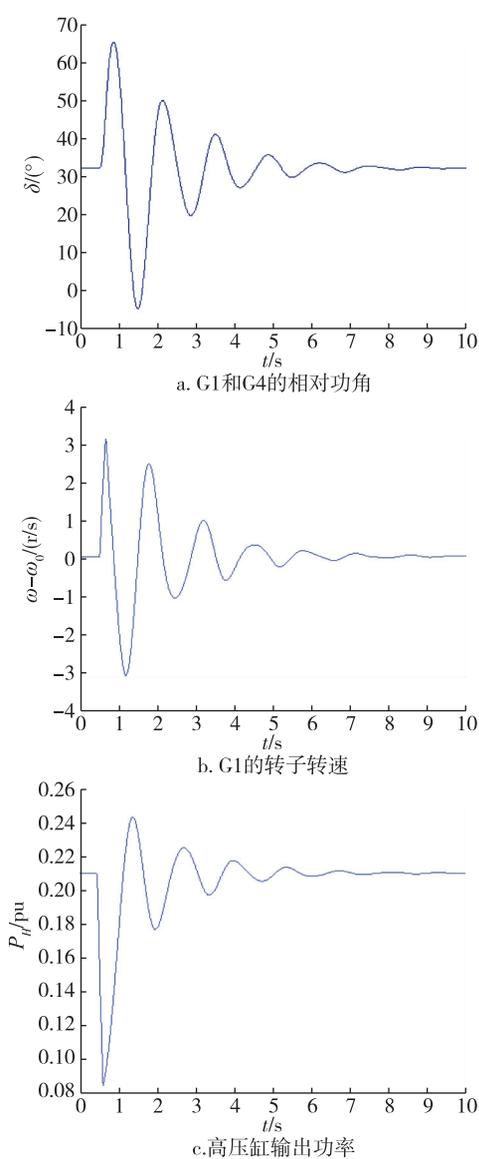


图3 机组 G1 的瞬时响应

Fig. 3 Transient response of G1

- 模型[J].中国电机工程学报,2007,27(7):7-12
DAI Xianzhong, ZHANG Kaifeng. Interface concept and structural model of complex power systems [J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(7): 7-12
- [4] 戴先中,张凯锋,臧强.基于结构化模型的电力系统元件非线性分散控制方法[J].中国电机工程学报,2008,28(22):15-22
DAI Xianzhong, ZHANG Kaifeng, ZANG Qiang. Nonlinear decentralized control method of power systems based on component structural model [J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(22): 15-22
- [5] 臧强,张凯锋,戴先中.非线性微分-代数子系统的反步控制及应用[J].系统工程与电子技术,2013,35(8):1736-1741
ZANG Qiang, ZHANG Kaifeng, DAI Xianzhong. Back-stepping control of nonlinear differential algebraic equation sub-systems and its application[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(8): 1736-1741
- [6] Rios A L, Messina A R. Order-reduction of nonlinear differential-algebraic equation models with application to power systems [J]. Electric Power Components & Systems, 2012, 40(15): 1690-1707
- [7] 吴热冰,李春文,刘艳红.非线性广义系统的右可逆性[J].自动化学报,2003,29(6):927-931
WU Rebing, LI Chunwen, LIU Yanhong. Right invertibility of nonlinear singular systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2003, 29(6): 927-931
- [8] 戴先中,臧强,张凯锋.非线性微分代数子系统的逆系统的构造[J].自动化学报,2009,35(8):1094-1100
DAI Xianzhong, ZANG Qiang, ZHANG Kaifeng. Construction of inverse system for nonlinear differential-algebraic equations subsystems[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(8): 1094-1100
- [9] 臧强,戴先中,张凯锋.基于结构化模型的电力系统元件逆系统控制方法[J].东南大学学报(自然科学版),2009,39(2):299-303
ZANG Qiang, DAI Xianzhong, ZHANG Kaifeng. Inverse system control method for component of power systems based on structural model[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2009, 39(2): 299-303

Inverse system control for power systems components based on nonlinear differential-algebraic equations subsystems: A novel algorithm

ZANG Qiang^{1,2,3} HU Kai^{1,2,3} CHEN Weifeng^{1,2,3} ZHENG Bochao^{1,2,3} YANG Ying^{1,2,3} YANG Weicheng^{1,2,3}

1 School of Information and Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

2 Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

3 Jiangsu Engineering Research Center on Meteorological Energy Using and Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

Abstract For power system components based on nonlinear differential algebraic equations subsystems, a novel algorithm is proposed to study their inverse system control problem. This algorithm does not need complex transformations of controlled output vector and its high order derivative vector, which means better applicability. The procedure of inverse system controller design can be divided into two parts. First, to judge the invertibility of the controlled subsystem using the proposed algorithm. If it is invertible, an α -order integral right inverse system can be constructed by state-feedback and dynamic compensation, with which the decoupling and linearization of the composed systems are achieved. Second, various linear control theories and methods are applied to achieve the desired closed-loop performance. A decentralized nonlinear inverse valve controller is designed for multi-machine power systems based on the proposed method in this paper and the simulation results illustrate its validity.

Key words power systems; component; differential-algebraic equations subsystems; inverse system