DOI:10.13878/j.cnki.jnuist.2021.01.008

廉玉晓[1]　杨文静[1]　王琳淇[1]　王学良[1]　夏建伟[1]

基于事件触发机制的一类非严格反馈非线性系统的自适应神经网络追踪控制

摘要

基于事件触发机制,研究了一类非严格反馈非线性系统的自适应神经网络追踪控制问题.结合反步技术、神经网络和事件触发机制,提出了一种自适应神经网络控制方案,减少了数据传输量并减轻了控制器和执行器之间的传递负担,保证了输出信号尽可能地追踪到参考信号,同时使得闭环系统的所有信号有界.此外,通过避免芝诺现象保证了所提事件触发机制的可行性.最后,给出一个例子验证了所提出策略的有效性.

关键词

非严格反馈结构;非线性系统;反步技术;事件触发机制;追踪控制

中图分类号 TP13

文献标志码 A

收稿日期 2020-09-01

资助项目 国家自然科学基金(61973148)

作者简介

廉玉晓,女,硕士生,研究方向为随机非线性系统的自适应控制.1656500952@qq.com

夏建伟(通信作者),男,博士,教授,研究方向包括随机马尔可夫跳变系统、切换系统、时滞系统的稳定性分析与控制,非线性系统自适应控制.njustxjw@126.com

1　聊城大学 数学科学学院,聊城,252000

0　引言

近年来,由于非线性系统被广泛地应用在实际生活中,因此相关的控制问题受到广泛的关注.在对非线性系统的研究中,反步技术成为处理非线性系统相关问题的有力工具之一[1-2].基于反步技术,文献[3]研究了一类带有全状态约束的随机非线性系统的自适应追踪控制问题.然而,当非线性系统中的非线性函数不再是完全已知或者具有未知参数的线性形式时,仍然使用传统的反步控制技术研究此类系统会有一定的困难.因此,基于上述分析,大量的有关模糊逼近和神经网络的控制策略[4-9]被提出.例如,文献[7]结合反步技术和模糊逻辑系统针对一类带有时滞的随机非线性系统设计了一种自适应追踪控制方案.

值得注意的是,上述所提到的文献[7]研究的是一类带有严格反馈结构的系统,这类系统中的非线性函数$f_i(\cdot)$至多包含系统中的前i个状态.然而,非严格反馈非线性系统中的非线性函数$f_i(\cdot)$是包含全部状态变量$\boldsymbol{x}=[x_1,x_2,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}}$的函数,这一特性无疑将增加虚拟控制器设计的难度.为解决上述问题,人们针对非严格反馈非线性系统展开了一系列的研究[10-14].在文献[13]中,通过对非线性函数进行假设解决了非严格反馈带来的困难,并且针对带有未知时滞的非严格反馈随机系统提出了一种自适应神经网络控制策略.不同的是,文献[14]移除了关于非线性函数的假设,利用模糊逻辑系统的结构特征克服了非严格反馈带来的困难.

随着网络控制系统的迅速发展,事件触发控制[15-18]作为一种节省网络通信资源的有效方法得到了广泛的研究.如文献[15]基于事件触发机制和命令滤波,讨论了一类随机非线性系统的追踪控制问题.

本文结合反步技术和事件触发机制,针对非严格反馈非线性系统提出一种自适应神经网络追踪控制策略.在控制设计的过程中,基于神经网络及其结构特征解决了系统中非线性函数和非严格反馈结构带来的问题.通过将反步技术、神经网络与事件触发机制相结合设计了一个自适应神经网络控制器,所设计的控制器不仅可以保证所有信号在闭环系统中有界,而且减少了控制器与执行器之间的传递次数,节约了通信资源.同时,通过排除芝诺现象证明了该方案的有效性.

1 问题陈述

考虑一类单输入单输出非严格反馈下的非线性系统:

$$\begin{cases}\mathrm{d}x_i = f_i(\boldsymbol{x}) + g_i(\boldsymbol{x})x_{i+1}, i = 1,\cdots,n-1,\\ \mathrm{d}x_n = f_n(\boldsymbol{x}) + g_n(\boldsymbol{x})u,\\ y = x_1,\end{cases} \tag{1}$$

其中 $\bar{\boldsymbol{x}}_i = [x_1,\cdots,x_i]^{\mathrm{T}}(i = 1,2,\cdots,n)$ 且 $\bar{\boldsymbol{x}}_n = \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n$ 代表状态向量,u 和 y 分别代表输入和输出,$f_i(\boldsymbol{x})(i=1,\cdots,n)$ 是未知光滑的非线性函数,$g_i(\boldsymbol{x})(i = 1,\cdots,n)$ 是已知光滑的非线性函数.

假设 1[2] 对于 $i = 1,\cdots,n$,函数 $g_i(\boldsymbol{x})$ 的符号不变,存在已知常数 g_1 和 g_2,使得

$$0 < g_1 \leqslant |g_i(\boldsymbol{x})| \leqslant g_2 < \infty, \forall \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n. \tag{2}$$

显然,式(2)表明 $g_i(\boldsymbol{x})$ 严格正或者严格负,因此可以假设 $g_i(\boldsymbol{x}) > 0, \forall \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n$.

假设 2 参考信号 y_d 及其直到 n 阶导数 $y_d^{(n)}$ 是连续有界的.

控制目标:基于事件触发机制,利用神经网络自适应控制方法,使系统的输出 y 尽可能地跟踪到参考信号 y_d,且保证所有信号在闭环系统中是有界的.

为了更好地实现控制目标,下面给出一些预备知识.

引理 1[1] 对于任意的变量 $\xi \in \mathbf{R}$ 和常数 $\rho > 0$,有以下不等式成立:

$$0 \leqslant |\xi| - \xi\tanh\left(\frac{\xi}{\rho}\right) \leqslant \delta\rho, \delta = 0.278\,5. \tag{3}$$

引理 2[4] 对 $\forall t \in \mathbf{R}^+$,令 $V(t)$ 是一个连续函数并且 $V(0)$ 有界.若有不等式

$$\dot{V}(t) \leqslant -a_1V(t) + a_2, \tag{4}$$

这里 $a_1 > 0, a_2 > 0$ 是常数,则 $V(t)$ 有界.

在本文中,径向基函数神经网络将会被用来逼近连续的非线性函数.径向基函数神经网络可被表达成如下形式:

$$f_{nn}(\boldsymbol{Z}) = \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}S(\boldsymbol{Z}), \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{Z} \in \Omega_Z \subset \mathbf{R}^q$ 是输入向量,$\boldsymbol{W} = [w_1,\cdots,w_l]^{\mathrm{T}}$ 是权向量,$l(>1)$ 是径向基函数神经网络节点的数目,$S(\boldsymbol{Z}) = [s_1(\boldsymbol{Z}),\cdots,s_l(\boldsymbol{Z})]^{\mathrm{T}}$ 是基函数向量且

$$s_i(\boldsymbol{Z}) = \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{Z}-\boldsymbol{\mu}_i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Z}-\boldsymbol{\mu}_i)}{\eta^2}\right],$$

这里 $\boldsymbol{\mu}_i = [\mu_{i1},\mu_{i2},\cdots,\mu_{iq}]^{\mathrm{T}}$ 是接受域的中心且常数 $\eta > 0$ 是高斯函数的宽度.

式(5)表明如果 $f(\cdot)$ 在紧集 $\Omega_Z \subset \mathbf{R}^q$ 上是连续的,则对任意的精度 $\varepsilon > 0$,有一个径向基函数神经网络(5)使得

$$f(\boldsymbol{Z}) = \boldsymbol{W}^{*\mathrm{T}}S(\boldsymbol{Z}) + \delta(\boldsymbol{Z}),$$

这里 $\boldsymbol{W}^*$ 是理想的权向量且逼近误差 $\delta(\boldsymbol{Z})$ 满足 $|\delta(\boldsymbol{Z})| \leqslant \varepsilon$.

引理 3[6] 令 $S(\cdot)$ 是径向基函数神经网络(5)的一个基函数向量.$\bar{z}_n = [z_1,\cdots,z_n]^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{\mu}_i = [\mu_{i1},\mu_{i2},\cdots,\mu_{in}]^{\mathrm{T}}$ 分别是输入变量和接受域的中心.对一个整数 $k < n$ 定义了一个新的输入变量 $\bar{z}_k = [z_1,\cdots,z_k]^{\mathrm{T}}$ 和 $\bar{\boldsymbol{\mu}}_i = [\mu_{i1},\mu_{i2},\cdots,\mu_{ik}]^{\mathrm{T}}$,则对于相同的宽度常数,有

$$S(\bar{z}_n)^{\mathrm{T}}S(\bar{z}_n) \leqslant S(\bar{z}_k)^{\mathrm{T}}S(\bar{z}_k),$$

这里 $\bar{z}_k$ 和 $\bar{\boldsymbol{\mu}}_i$ 分别是由 $\bar{z}_n$ 和 $\boldsymbol{\mu}_i$ 的前 k 个元素组成的向量.

2 自适应神经网络控制设计

通过反步设计法,构造一个针对系统(1)的自适应神经追踪控制器.首先,定义坐标变换如下:

$$\begin{cases}z_1 = x_1 - y_d,\\ z_i = x_i - \alpha_{i-1}, i = 2,\cdots,n,\end{cases} \tag{6}$$

其中 z_i 是虚拟状态追踪误差,α_i 是虚拟控制器.

在设计过程中,虚拟控制器和自适应律将会被设计为如下形式;

$$\alpha_i = -c_iz_i - \hat{\theta}_i\|S_i(\boldsymbol{X}_{ii})\|\tanh\left(\frac{z_i\|S_i(\boldsymbol{X}_{ii})\|}{\rho_i}\right), \tag{7}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\gamma_i\hat{\theta}_i + \lambda_iz_i\|S_i(\boldsymbol{X}_{ii})\|\tanh\left(\frac{z_i\|S_i(\boldsymbol{X}_{ii})\|}{\rho_i}\right), \tag{8}$$

这里 $i = 1,\cdots,n, c_i,\rho_i,\gamma_i$ 和 λ_i 是正设计常数,$S_i(\boldsymbol{X}_{ii})$ 是径向基函数神经网络的一个基函数向量,$\boldsymbol{X}_{11} = [x_1,y_d,\dot{y}_d]^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{X}_{ii} = [x_1,x_2,\cdots,x_i,y_d,\dot{y}_d,\cdots,y_d^{(i)},\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2,\cdots,\hat{\theta}_{i-1}]^{\mathrm{T}}$,$\hat{\theta}_i$ 是未知常数 θ_i 的估计.

注 1 从式(8)可以得出若 $\hat{\theta}_i(0) \geqslant 0$ 则 $\hat{\theta}_i(t) \geqslant 0, t \geqslant 0$,因此本文将假设 $\hat{\theta}_i(0) \geqslant 0$.

步骤 1.由 $z_1 = x_1 - y_d$ 可得

$$\dot{z}_1 = f_1(\boldsymbol{x}) + g_1(\boldsymbol{x})x_2 - \dot{y}_d. \tag{9}$$

给出如下李雅普诺夫函数为

$$V_1 = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{g_1}{2\lambda_1}\tilde{\theta}_1^2, \tag{10}$$

其中 $\tilde{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1$ 是参数误差.

通过联立式(9)和(10),可以得出:

$$\dot{V}_1 = z_1(f_1(\boldsymbol{x}) + g_1(\boldsymbol{x})x_2 - \dot{y}_d - g_1(x_1)x_2) - \frac{g_1}{\lambda_1}\tilde{\theta}_1\dot{\hat{\theta}}_1 + z_1g_1(x_1)z_2 + z_1g_1(x_1)\alpha_1. \tag{11}$$

根据杨氏不等式有:

$$z_1 g_1(x_1) z_2 \leqslant \frac{1}{2} g_1(x_1) z_1^2 + \frac{1}{2} g_1(x_1) z_2^2. \tag{12}$$

将式(12)代入式(11)有

$$\dot{V}_1 = z_1 g_1(x_1)\alpha_1 + z_1 \varphi_1(\boldsymbol{X}_1) - \frac{g_1}{\lambda_1}\tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 - \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} g_1(x_1) z_2^2, \tag{13}$$

这里 $\varphi_1(\boldsymbol{X}_1) = f_1(\boldsymbol{x}) + g_1(\boldsymbol{x}) x_2 - \dot{y}_d - g_1(x_1) x_2 + \frac{1}{2} z_1 + \frac{1}{2} g_1(x_1) z_1$,且 $\boldsymbol{X}_1 = [\boldsymbol{x}, y_d, \dot{y}_d]^{\mathrm{T}}$.

应用神经网络逼近 $\varphi_1(\boldsymbol{X}_1)$,即:

$$z_1 \varphi_1(\boldsymbol{X}_1) = z_1 \boldsymbol{W}_1^{*\mathrm{T}} S_1(\boldsymbol{X}_1) + z_1 \delta_1(\boldsymbol{X}_1),$$
$$\| \delta_1(\boldsymbol{X}_1) \| \leqslant \varepsilon_1, \varepsilon_1 > 0. \tag{14}$$

联立引理 3 以及式(3),式(14)可以被重新写为

$$z_1 \varphi_1(\boldsymbol{X}_1) \leqslant | z_1 | \ \| \boldsymbol{W}_1^{*\mathrm{T}} \| \ \| S_1(\boldsymbol{X}_1) \| + \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 \leqslant$$
$$z_1 \theta_1 g_1 \| S_1(\boldsymbol{X}_1) \| \tanh\left(\frac{z_1 \| S_1(\boldsymbol{X}_1) \|}{\rho_1}\right) + \delta g_1 \theta_1 \rho_1 + \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 \leqslant$$
$$z_1 \theta_1 g_1 \| S_1(\boldsymbol{X}_{11}) \| \tanh\left(\frac{z_1 \| S_1(\boldsymbol{X}_{11}) \|}{\rho_1}\right) + \delta g_1 \theta_1 \rho_1 + \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2, \tag{15}$$

这里 $\theta_1 = \frac{\| \boldsymbol{W}_1^{*\mathrm{T}} \|}{g_1}$.

考虑式(7)中的虚拟控制器 α_1 和式(8)中的自适应率 $\dot{\hat{\theta}}_1$,并且联立式(13)和式(15)可得:

$$\dot{V}_1 \leqslant - c_1 g_1 z_1^2 + \frac{g_1 \gamma_1}{\lambda_1}\tilde{\theta}_1 \hat{\theta}_1 + \frac{1}{2} g_1(x_1) z_2^2 + \upsilon_1, \tag{16}$$

其中 $\upsilon_1 = \delta g_1 \theta_1 \rho_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2$.

步骤 $i(i = 2, \cdots, n)$. 由 $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$ 可得:

$$\dot{z}_i = f_i(\boldsymbol{x}) + g_i(\boldsymbol{x}) x_{i+1} - L_{i-1}, \tag{17}$$

其中

$$L_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j}(f_j(\boldsymbol{x}) + g_j(\boldsymbol{x}) x_{j+1}) + \sum_{j=0}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{y_d^{(j)}} y_d^{(j+1)} + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_j} \dot{\hat{\theta}}_j.$$

给出如下李雅普诺夫函数为

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{g_1}{2\lambda_i}\tilde{\theta}_i^2, \tag{18}$$

其中 $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$ 是参数误差.

通过联立式(17)和(18),可以得出:

$$\dot{V}_i = \dot{V}_{i-1} + z_i(f_i(\boldsymbol{x}) + g_i(\boldsymbol{x}) x_{i+1} - L_{i-1} - g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) x_{i+1}) - \frac{g_1}{\lambda_i}\tilde{\theta}_i \dot{\hat{\theta}}_i + z_i g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) z_{i+1} + z_i g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)\alpha_i. \tag{19}$$

根据杨氏不等式有:

$$z_i g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) z_{i+1} \leqslant \frac{1}{2} g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) z_i^2 + \frac{1}{2} g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) z_{i+1}^2. \tag{20}$$

将式(20)代入式(19)有

$$\dot{V}_i \leqslant - \sum_{j=1}^{i-1} c_j g_1 z_j^2 + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{g_1 \gamma_j}{\lambda_j}\tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j + \sum_{j=1}^{i-1} \upsilon_j + z_i g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)\alpha_i + z_i \varphi_i(\boldsymbol{X}_i) - \frac{g_1}{\lambda_i}\tilde{\theta}_i \dot{\hat{\theta}}_i - \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) z_{i+1}^2, \tag{21}$$

这里 $\varphi_i(\boldsymbol{X}_i) = f_i(\boldsymbol{x}) + g_i(\boldsymbol{x}) x_{i+1} - L_{i-1} - g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) x_{i+1} + \frac{1}{2} z_i + \frac{1}{2} g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) z_i + \frac{1}{2} g_{i-1}(\bar{\boldsymbol{x}}_{i-1}) z_i$,且 $\boldsymbol{X}_i = [\boldsymbol{x}, y_d, \dot{y}_d, \cdots, y_d^{(i)}, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \cdots, \hat{\theta}_{i-1}]^{\mathrm{T}}$.

应用神经网络逼近 $\varphi_i(\boldsymbol{X}_i)$,即:

$$z_i \varphi_i(\boldsymbol{X}_i) = z_i \boldsymbol{W}_i^{*\mathrm{T}} S_i(\boldsymbol{X}_i) + z_i \delta_i(\boldsymbol{X}_i),$$
$$\| \delta_i(\boldsymbol{X}_i) \| \leqslant \varepsilon_i, \varepsilon_i > 0. \tag{22}$$

与步骤 1 的处理方法相同,式(22)可以被重新写为

$$z_i \varphi_i(\boldsymbol{X}_i) \leqslant | z_i | \ \| \boldsymbol{W}_i^{*\mathrm{T}} \| \ \| S_i(\boldsymbol{X}_i) \| + \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 \leqslant$$
$$z_i \theta_i g_1 \| S_i(\boldsymbol{X}_i) \| \tanh\left(\frac{z_i \| S_i(\boldsymbol{X}_i) \|}{\rho_i}\right) + \delta g_1 \theta_i \rho_i + \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 \leqslant z_i \theta_i g_1 \| S_i(\boldsymbol{X}_{ii}) \| \tanh\left(\frac{z_i \| S_i(\boldsymbol{X}_{ii}) \|}{\rho_i}\right) + \delta g_1 \theta_i \rho_i + \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2, \tag{23}$$

这里 $\theta_i = \frac{\| \boldsymbol{W}_i^{*\mathrm{T}} \|}{g_1}$.

选择式(7)中所设计的虚拟控制器 α_i 和式(8)中的自适应率 $\dot{\hat{\theta}}_i$,并且联立式(21)和式(23)可得:

$$\dot{V}_i \leqslant - \sum_{j=1}^{i} c_j g_1 z_j^2 + \sum_{j=1}^{i} \frac{g_1 \gamma_j}{\lambda_j}\tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j + \sum_{j=1}^{i} \upsilon_j + \frac{1}{2} g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) z_{i+1}^2, \tag{24}$$

其中 $\upsilon_j = \delta g_1 \theta_j \rho_j + \frac{1}{2}\varepsilon_j^2$.

步骤 n.实际的控制器被设计为

$$\psi(t) = -(1+d)\left(\alpha_n \tanh\frac{z_n g_n(\boldsymbol{x})\alpha_n}{\kappa} + \bar{r}_1 \tanh\frac{z_n g_n(\boldsymbol{x})\bar{r}_1}{\kappa}\right), \tag{25}$$

$$u(t) = \psi(t_k), \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \tag{26}$$

事件触发机制被设计为如下形式:

$$t_{k+1} = \inf\{t \in \mathbf{R} \mid |e(t)| \geqslant d|u(t)| + r_1\}, \tag{27}$$

其中 $e(t) = \psi(t) - u(t)$ 为测量误差,$\kappa, 0 < d < 1, r_1$ 和 $\bar{r}_1 > \frac{r_1}{1-d}$ 是正参数.$t_k, k \in \mathbf{Z}^+$ 代表控制器的更新时间.式(27)表明在区间 $[t_k, t_{k+1})$ 上 $\psi(t) = (1+\tau_1(t)d)u(t) + \tau_2(t)r_1$,这里的 $\tau_1(t)$ 和 $\tau_2(t)$ 满足 $|\tau_1(t)| \leqslant 1$ 和 $|\tau_2(t)| \leqslant 1$.因此,进一步很容易地可以得到 $u(t) = \frac{\psi(t)}{1+\tau_1(t)d} - \frac{\tau_2(t)r_1}{1+\tau_1(t)d}$.

由 $z_n = x_n - \alpha_{n-1}$ 可得:

$$\dot{z}_i = f_n(\boldsymbol{x}) + g_n(\boldsymbol{x})u - L_{n-1}, \tag{28}$$

其中,

$$L_{n-1} = \sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j}(f_j(\boldsymbol{x}) + g_j(\boldsymbol{x})x_{j+1}) + \sum_{j=0}^{n-1}\frac{\partial \alpha_{n-1}}{y_d^{(j)}} y_d^{(j+1)} + \sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}_j}\dot{\hat{\theta}}_j.$$

给出如下李雅普诺夫函数为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}z_n^2 + \frac{g_1}{2\lambda_n}\tilde{\theta}_n^2, \tag{29}$$

其中 $\tilde{\theta}_n = \theta_n - \hat{\theta}_n$ 是参数误差.

通过联立式(28)和(29),可以得出:

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{n-1} + z_n(f_n(\boldsymbol{x}) - L_{n-1}) + z_n g_n(\boldsymbol{x})u - \frac{g_1}{\lambda_n}\tilde{\theta}_n\dot{\hat{\theta}}_n \leqslant -\sum_{j=1}^{n-1} c_j g_1 z_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1}\frac{g_1\gamma_j}{\lambda_j}\tilde{\theta}_j\hat{\theta}_j + \sum_{j=1}^{n-1}\upsilon_j + z_n g_n(\boldsymbol{x})u + z_n\varphi_n(\boldsymbol{X}_n) - \frac{g_1}{\lambda_n}\tilde{\theta}_n\dot{\hat{\theta}}_n - \frac{1}{2}z_n^2. \tag{30}$$

有 $\varphi_n(\boldsymbol{X}_n) = f_n(\boldsymbol{x}) - L_{n-1} + \frac{1}{2}z_n + \frac{1}{2}g_{n-1}(\bar{\boldsymbol{x}}_{n-1})z_n$,

$\boldsymbol{X}_n = [\boldsymbol{x}, y_d, \dot{y}_d, \cdots, y_d^{(n)}, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \cdots, \hat{\theta}_{n-1}]^{\mathrm{T}}$.

利用神经网络逼近 $\varphi_n(\boldsymbol{X}_n)$,即:

$$z_n\varphi_n(\boldsymbol{X}_n) = z_n\boldsymbol{W}_n^{*\mathrm{T}}S_n(\boldsymbol{X}_n) + z_n\delta_n(\boldsymbol{X}_n), \quad \|\delta_n(\boldsymbol{X}_n)\| \leqslant \varepsilon_n, \varepsilon_n > 0. \tag{31}$$

应用与前面相同的处理方法,式(31)可以被重新写为

$$z_i\varphi_n(\boldsymbol{X}_n) \leqslant z_n\theta_n g_1 \|S_n(\boldsymbol{X}_{nn})\| \tanh\left(\frac{z_n\|S_n(\boldsymbol{X}_{nn})\|}{\rho_n}\right) + \delta g_1\theta_n\rho_n + \frac{1}{2}z_n^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_n^2, \tag{32}$$

其中 $\theta_n = \frac{\|\boldsymbol{W}_n^{*\mathrm{T}}\|}{g_1}$.

根据 $u(t)$ 的定义以及引理 1,有以下不等式成立:

$$z_n g_n(\boldsymbol{x})u = z_n g_n(\boldsymbol{x})\left(\frac{\psi(t)}{1+\tau_1(t)d} - \frac{\tau_2(t)r_1}{1+\tau_1(t)d}\right) \leqslant -|z_n g_n(\boldsymbol{x})\alpha_n| - |z_n g_n(\boldsymbol{x})\bar{r}_1| + \left|z_n g_n(\boldsymbol{x})\frac{\tau_2(t)r_1}{1+\tau_1(t)d}\right| + 0.557\kappa \leqslant z_n g_n(\boldsymbol{x})\alpha_n + 0.557\kappa. \tag{33}$$

由杨氏不等式,可得:

$$\sum_{j=1}^{n}\frac{g_1\gamma_j}{\lambda_j}\tilde{\theta}_j\hat{\theta}_j \leqslant -\sum_{j=1}^{n}\frac{g_1\gamma_j}{2\lambda_j}\tilde{\theta}_j^2 + \sum_{j=1}^{n}\frac{g_1\gamma_j}{2\lambda_j}\theta_j^2. \tag{34}$$

取式(7)中所设计的虚拟控制器 α_n 和式(8)中的自适应率 $\dot{\hat{\theta}}_n$,联立式(32)、(33)和(34)可得:

$$\dot{V}_n \leqslant -\sum_{j=1}^{n}c_j g_1 z_j^2 - \sum_{j=1}^{n}\frac{g_1\gamma_j}{2\lambda_j}\tilde{\theta}_j^2 + \sum_{j=1}^{n}\upsilon_j, \tag{35}$$

其中:$\upsilon_j = \delta g_1\theta_j\rho_j + \frac{1}{2}\varepsilon_j^2, j = 1, \cdots, n-1; \upsilon_n = \delta g_1\theta_n\rho_n + \frac{1}{2}\varepsilon_n^2 + \sum_{j=1}^{n}\frac{g_1\gamma_j}{2\lambda_j}\theta_j^2 + 0.557\kappa$.

3 稳定性分析

定理 1 考虑非严格反馈非线性系统(1)、虚拟控制器(7)、实际控制器(26)和自适应率(8),在假设 1、假设 2 以及时间触发机制(27)的条件下,闭环系统内的所有信号都是有界的,且误差变量 z_i 将会保持在紧集 Ω_z 中,这里 $\Omega_z = \left\{z_i, \tilde{\theta}_i \mid V(z_i(t)) \leqslant V(0) + \frac{a_2}{a_1}, V(\tilde{\theta}_i(t)) \leqslant V(0) + \frac{a_2}{a_1}, i = 1, \cdots, n\right\}$.

证明 令 $V = V_n$,定义 $a_1 = \min\{2c_j g_1, \gamma_j, j = 1, 2, \cdots, n\}$,$a_2 = \sum_{j=1}^{n}\upsilon_j$,那么可以将(35)式重新写为

$$\dot{V}(t) \leqslant -a_1 V(t) + a_2, t \geqslant 0, \tag{36}$$

因此,由式(36)和引理2可以得出 $V(t)$ 是有界的,且有:

$$V(t) \leqslant (V(0) - \frac{a_2}{a_1})\mathrm{e}^{-a_1 t} + \frac{a_2}{a_1}, t \geqslant 0, \quad (37)$$

其中 $V(0) = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{2} z_j^2(0) + \sum_{j=1}^{n} \frac{g_1}{2\lambda_j} \tilde{\theta}_j^2(0)$. 这意味着 $z_i, \hat{\theta}_i$ 和 $\tilde{\theta}_i$ 是有界的,且保持在紧集 Ω_z 中.同时,由于 $|\tanh(\cdot)| < 1, \alpha_i$ 也是有界的.进而,所有的信号 $x_i = z_i + \alpha_{i-1}$ 都是有界的.从式(37)中可以得到 $z_1^2 \leqslant 2(V(0) - \frac{a_2}{a_1})\mathrm{e}^{-a_1 t} + 2\frac{a_2}{a_1}$,因此可以通过对参数进行适当的调整,使得追踪误差 z_1 尽可能小.

4 可行性分析

接下来,通过排除芝诺现象证明所提出的事件触发机制的可行性.

定理2 考虑非严格反馈非线性系统(1)、虚拟控制器(7)、实际控制器(26)和自适应率(8),在假设1、假设2以及时间触发机制(27)的条件下,存在一个正常数 t^*,使得 $\forall k \in \mathbf{Z}^+, \{t_{k+1} - t_k\} \geqslant t^*$,进而芝诺现象被排除.

证明 根据 $\forall t \in [t_k, t_{k+1}), e(t) = \psi(t) - u(t)$,有 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|e| = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(e \times e)^{\frac{1}{2}} = \mathrm{sign}(e)\dot{e} \leqslant |\dot{\psi}|$.

由式(25)可得 ψ 是可微的,并且存在一个正常数 s,使得 $|\dot{\psi}| \leqslant s$,由于 $e(t_k) = 0$ 及 $\lim_{t \to t_{k+1}} e(t) = d|u(t)| + r_1$,则 $t^* \geqslant \frac{d|u(t)| + r_1}{s}$,因此避免了芝诺现象.

5 仿真实例

这一部分,将给出一个例子证明所提出方案的有效性.考虑下面的非严格反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \mathrm{d}x_1 = f_1(\boldsymbol{x}) + g_1(\boldsymbol{x})x_2, \\ \mathrm{d}x_2 = f_2(\boldsymbol{x}) + g_2(\boldsymbol{x})u, \\ y = x_1, \end{cases}$$

且 $f_1(\boldsymbol{x}) = 1 - \cos(x_1 x_2), g_1(\boldsymbol{x}) = 2.5 + 0.5\sin(x_1)$, $f_2(\boldsymbol{x}) = x_1^2 \mathrm{e}^{x_2}, g_1(\boldsymbol{x}) = 2 + \sin(x_1 x_2)$,参考信号 $y_d = 0.72\sin(t)$.另外,虚拟控制器和真实的控制器被构造为如下形式:

$$\begin{cases} \alpha_1 = -c_1 z_1 - \hat{\theta}_1 \| S_1(\boldsymbol{X}_{11}) \| \tanh\left(\frac{z_1 \| S_1(\boldsymbol{X}_{11}) \|}{\rho_1}\right), \\ \alpha_2 = -c_2 z_2 - \hat{\theta}_2 \| S_2(\boldsymbol{X}_{22}) \| \tanh\left(\frac{z_2 \| S_2(\boldsymbol{X}_{22}) \|}{\rho_2}\right), \\ \psi(t) = -(1+d)\left(\alpha_2 \tanh\frac{z_2 g_2(\boldsymbol{x})\alpha_2}{\kappa} + \right. \\ \qquad \left. \bar{r}_1 \tanh\frac{z_2 g_2(\boldsymbol{x})\bar{r}_1}{\kappa}\right), \\ u(t) = \psi(t_k), \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \end{cases}$$

自适应律被设计为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_1 = -\gamma_1 \hat{\theta}_1 + \lambda_1 z_1 \| S_1(\boldsymbol{X}_{11}) \| \tanh\left(\frac{z_1 \| S_1(\boldsymbol{X}_{11}) \|}{\rho_1}\right), \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = -\gamma_2 \hat{\theta}_2 + \lambda_2 z_2 \| S_2(\boldsymbol{X}_{22}) \| \tanh\left(\frac{z_2 \| S_2(\boldsymbol{X}_{22}) \|}{\rho_2}\right). \end{cases}$$

状态初始值为 $x_1(0) = 1, x_2(0) = -1.5, \hat{\theta}_1(0) = 1, \hat{\theta}_2(0) = 2$.参数 $c_1 = 35, c_2 = 10, \rho_1 = 1, \rho_2 = 1, d = 0.5, r_1 = 1, \bar{r}_1 = 9.5, \kappa = 15, \gamma_1 = 2, \gamma_2 = 5, \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1$.第1个神经网络系统有 7^3 个节点,节点中心在区间 $[-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5]$ 上均匀分布,宽度为2.第2个神经网络系统包含 7^6 个节点,节点中心在区间 $[-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5]$ 上均匀分布,宽度为2.仿真结果如图1—6所示.图1描绘的是输出 y 追踪参考信号 y_d,可以看到即便给出一个较大的初值 $x_1(0) = 1$,输出 y 也可以较快地追踪到参考信号 y_d;图2表示的是追踪误差 z_1;图3是 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的轨迹,可以看出 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 显然有界;图4是自适应参数 $\hat{\theta}_1(t)$ 和 $\hat{\theta}_2(t)$ 的曲线;图5是事件触发控制器 u 的轨迹;图6表示的是触发时间的间隔 $t_{k+1} - t_k$.

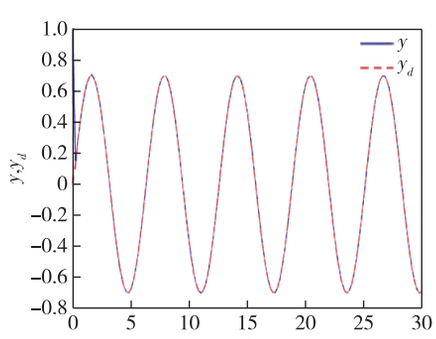


图1 输出 y 和参考信号 y_d 的轨迹

Fig. 1 Trajectories of output y and reference signals y_d

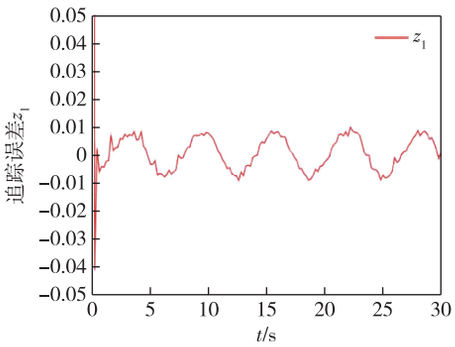


图 2　追踪误差 z_1 的轨迹

Fig. 2　Trajectory of tracking error z_1

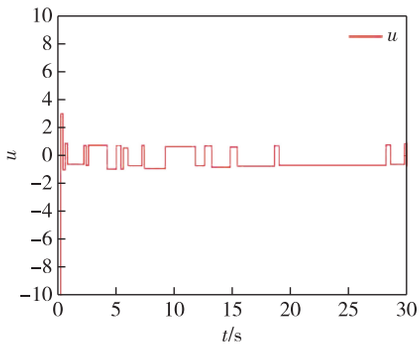


图 5　事件触发控制器 u

Fig. 5　Trajectory of event-triggered controller u

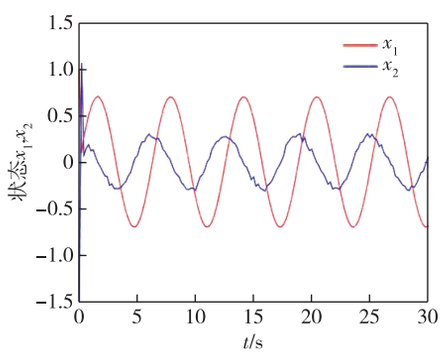


图 3　状态 x_1 和 x_2 的轨迹

Fig. 3　Trajectories of states x_1 and x_2

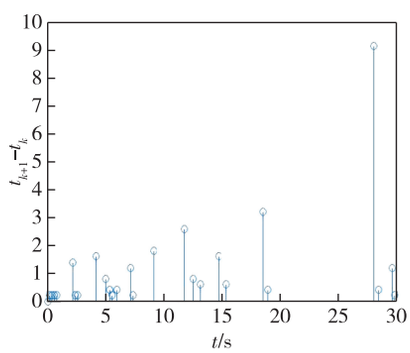


图 6　触发时间的间隔 $t_{k+1}-t_k$

Fig. 6　Time interval of triggering $t_{k+1}-t_k$

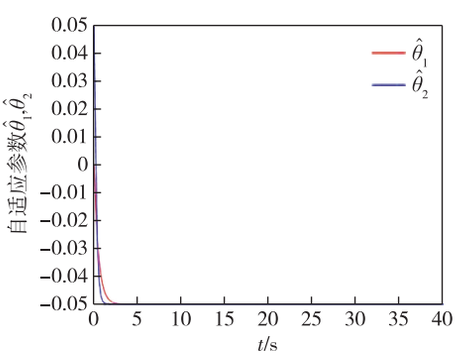


图 4　自适应参数 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 的轨迹

Fig. 4　Trajectories of adaptive parameters $\hat{\theta}_1$ and $\hat{\theta}_2$

6　结论

本文研究了一类非严格反馈非线性系统的自适应神经网络追踪控制问题.利用反步技术和神经网络逼近,设计了一个基于事件触发的自适应神经网络控制器,使闭环系统的所有信号有界.同时,所提出的事件触发机制减少了控制器与执行器之间的传递次数,并且避免了芝诺现象.所给出的仿真实例证明了该方法的有效性.

参考文献

References

[1] Polycarpou M M, Ioannou P A. A robust adaptive nonlinear control design[J]. Automatica, 1996, 32(3): 423-427

[2] Deng H, Krstić M. Stochastic nonlinear stabilization I: a backstepping design [J]. Systems & Control Letters, 1997, 32(3): 143-150

[3] 张婧,梁兴越,夏建伟.具有状态约束的随机非线性系统的自适应跟踪控制[J].聊城大学学报(自然科学版),2019,32(2):8-13
ZHANG Jing, LIANG Xingyue, XIA Jianwei. Adaptive tracking control for stochastic nonlinear systems with full state constraints [J]. Journal of Liaocheng University (Natural Science Edition), 2019, 32(2): 8-13

[4] Ge S S, Wang C. Adaptive neural control of uncertain MIMO nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2004, 15(3): 674-692

[5] Sanner R M, Slotine J J E. Gaussian networks for direct adaptive control[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1992, 3(6): 837-863

[6] Sun Y M, Chen B, Lin C, et al. Adaptive neural control for a class of stochastic nonlinear systems by backstepping

approach[J].Information Sciences,2016,369:748-764
[7] Yu Z X,Yan H C,Li S G,et al.Approximation-based adaptive tracking control for switched stochastic strict-feedback nonlinear time-delay systems with sector-bounded quantization input[J].IEEE Transactions on Systems,Man,and Cybernetics:Systems,2018,48(12):2145-2157
[8] 齐晓静,刘文慧.一类具有输入量化和未知扰动的非线性系统的自适应有限时间动态面控制[J].南京信息工程大学学报(自然科学版),2020,12(3):330-340
QI Xiaojing,LIU Wenhui.Adaptive finite-time dynamic surface control for nonlinear systems with input quantization and unknown disturbances[J].Journal of Nanjing University of Information Science & Technology(Natural Science Edition),2020,12(3):330-340
[9] 刘磊.基于障碍李雅普诺夫函数非线性系统的死区补偿控制[J].南京信息工程大学学报(自然科学版),2018,10(6):681-686
LIU Lei.Barrier Lyapunov function based compensation control for a class of nonlinear systems with dead zone[J].Journal of Nanjing University of Information Science & Technology(Natural Science Edition),2018,10(6):681-686
[10] Sun W,Su S F,Dong G W,et al.Reduced adaptive fuzzy tracking control for high-order stochastic nonstrict feedback nonlinear system with full-state constraints[J].IEEE Transactions on Systems,Man,and Cybernetics:Systems,2019.DOI:10.1109/TSMC.2019.2898204
[11] Chen B,Liu K F,Liu X P,et al.Approximation-based adaptive neural control design for a class of nonlinear systems[J].IEEE Transactions on Cybernetics,2014,44(5):610-619
[12] Tong S C,Li Y M,Sui S.Adaptive fuzzy tracking control design for SISO uncertain nonstrict feedback nonlinear systems[J].IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2016,24(6):1441-1454
[13] Wang H Q,Chen B,Liu K F,et al.Adaptive neural tracking control for a class of nonstrict-feedback stochastic nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis[J].IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems,2014,25(5):947-958
[14] Li H Y,Bai L,Zhou Q,et al.Adaptive fuzzy control of stochastic nonstrict-feedback nonlinear systems with input saturation[J].IEEE Transactions on Systems,Man,and Cybernetics:Systems,2017,47(8):2185-2197
[15] Xia J W,Li B M,Su S F,et al.Finite-time command filtered event-triggered adaptive fuzzy tracking control for stochastic nonlinear systems[J].IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2020.DOI:10.1109/TFUZZ.2020.2985638
[16] Zhang C H,Yang G H.Event-triggered global finite-time control for a class of uncertain nonlinear systems[J].IEEE Transactions on Automatic Control,2020,65(3):1340-1347
[17] Wang X H,Wang Z,Song Q K,et al.A waiting-time-based event-triggered scheme for stabilization of complex-valued neural networks[J].Neural Networks,2020,121:329-338
[18] Xing L T,Wen C Y,Liu Z T,et al.Event-triggered output feedback control for a class of uncertain nonlinear systems[J].IEEE Transactions on Automatic Control,2019,64(1):290-297

Adaptive neural network tracking control for a class of nonstrict-feedback nonlinear systems based on event-triggering mechanism

LIAN Yuxiao[1] YANG Wenjing[1] WANG Linqi[1] WANG Xueliang[1] XIA Jianwei[1]
1 School of Mathematical Sciences,Liaocheng University,Liaocheng 252000

Abstract In this paper,the adaptive neural network tracking control is addressed based on event-triggering mechanism for a class of nonstrict-feedback nonlinear systems.By combining backstepping technology,neural network and event-triggering mechanism,an adaptive neural network control scheme is proposed,which reduces the data amount transmitted between the controller and the actuator,ensures the output signal to track the reference signal as much as possible,and guarantees all the signals of the closed-loop system to be bounded.In addition,the feasibility of the proposed event-triggering mechanism is ensured by avoiding Zeno phenomenon.Finally,an example is given to verify the effectiveness of the proposed scheme.

Key words nonstrict-feedback structure;nonlinear systems;backstepping technology;event-triggering mechanism;tracking control