文章编号:1674-7070(2014)04-0380-05

张金娥[1]　朱旭生[2]

带阻尼项的欧拉-泊松方程组的爆破解

摘要

研究了 N 维空间中带阻尼项的欧拉-泊松方程组的径向对称解的爆破.当方程组非奇异的经典解(ρ,u)在$[0,R]$上有紧支集($R>0$是正常数),且初始速度u满足一定的初值条件,借助积分法,其径向对称解会在有限时间内爆破.

关键词

欧拉-泊松方程组;径向对称解;阻尼;积分方法;爆破

中图分类号 O175.29

文献标志码 A

0 引言

N 维空间中带阻尼项的欧拉-泊松方程组可由如下方程组来描述:

$$\begin{cases}\rho_t+\nabla\cdot(\rho\vec{u})=0,\\ \rho[\vec{u}_t+(\vec{u}\cdot\nabla)\vec{u}]+\nabla P+\beta\rho\vec{u}=\rho\nabla\varphi,\\ \Delta\varphi(t,x)=\delta\alpha(N)\rho.\end{cases}\tag{1}$$

其中:$\alpha(N)$是依赖于R^N空间中单位球的一个常数,$\alpha(1)=1$,$\alpha(2)=2\pi$,当$N\geqslant 3$时,$\alpha(N)=N(N-2)V_{\mathrm{ol}}(N)$,$V_{\mathrm{ol}}(N)$表示$R^N$空间中单位球体积;$\rho=\rho(t,\vec{x})\geqslant 0$,$u=u(t,\vec{x})\in R^N$分别代表流体的密度和速度,$\beta>0$代表阻尼系数;$P=P(\rho)$是压强函数,一般定义$P(\rho)=k\rho^{\gamma}$,若参数$k>0$,则称系统(1)是带压强的,若$k=0$,称系统(1)为无压的;常数$\gamma\geqslant 1$代表绝热指数,若$\gamma=1$称流体是等温的.由方程组(1)的第3个方程知,外力$\varphi=\varphi(t,\vec{x})$仅由密度$\rho$决定.

方程组(1)包含和改进了一些现有的模型.当$\delta=1$时,系统是有排斥力的,方程组(1)就变成了文献[1]中的半导体系统模型.当$\delta=-1$时,系统是自吸引的,它可以用来模拟气态星或宇宙中的银河系,如文献[2]和[3].当$\delta=0$时,方程组(1)是流体力学中的一个带阻尼项的可压缩欧拉方程组,如文献[4].

当前,关于欧拉-泊松型方程(组)的研究成为学术界的一个热点.文献[5-7]研究了不带阻尼项的欧拉-泊松型方程(组)的分析解,文献[8-11]研究了不带阻尼项的欧拉-泊松型方程(组)的解的局部存在性和稳定性,文献[12]研究了一维空间中带阻尼项的欧拉方程组的初值问题.对于不带阻尼项的欧拉泊松方程组(1),文献[13]讨论了在具有紧支集情形下,其径向解会在有限时间内爆破.应该注意到,对于一个实际的流体动力学模型,特别是在航天、航空、军工、汽车等行业中,各种各样减振消能的阻尼不可或缺.特别是为克服流体动力学中的低幅高频或高幅低频的振动,相应的阻尼应用更是无处不在.基于此,本文将不带阻尼项的欧拉-泊松方程组推广到带阻尼项的欧拉-泊松方程组.通过研究其径向对称解,运用积分的方法得到:方程组(1)非奇异的经典解满足一定的初值条件时,解会在有限时间内爆破.本文获得结果也许可应用于实际的流体动力学实践中.

收稿日期 2013-04-06

资助项目 国家自然科学基金(11161021)

作者简介

张金娥,女,硕士,研究方向为偏微分方程理论与应用.jezhang@126.com

1 湖北师范学院 数学与统计学院,黄石,435002

2 华东交通大学 基础科学学院,南昌,330013

1 方程组的改写

由方程组(1)的第3个方程(即泊松方程)可得

$$\varphi(t,x)=\delta\int_{\mathbf{R}^N}G(x-y)\rho(t,y)\mathrm{d}y, \tag{2}$$

这里 G 是 $\mathbf{R}^N$ 空间中泊松方程的格林函数:

$$G(x)=\begin{cases}|x|, N=1,\\ \log|x|, N=2,\\ \dfrac{-1}{|x|^{N-2}}, N=3,4,\cdots,+\infty.\end{cases} \tag{3}$$

进一步,将方程组(1)写成如下的标量形式:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\rho}{\partial t}+\sum\limits_{k=1}^{N}u_k\dfrac{\partial\rho}{\partial x_k}+\rho\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{\partial u_k}{\partial x_k}=0,\\ \rho\left(\dfrac{\partial u_i}{\partial t}+\sum\limits_{k=1}^{N}u_k\dfrac{\partial u_i}{\partial x_k}\right)+\dfrac{\partial P}{\partial x_i}+\beta\rho u_i=\rho\dfrac{\partial\varphi}{\partial x_i},\\ \quad i=1,2,\cdots,N.\end{cases} \tag{4}$$

本文中,研究其放射状的对称解:

$$\rho(t,\vec{x})=\rho(t,x),\vec{u}=\frac{\vec{x}}{x}u(t,x)=:\frac{\vec{x}}{x}u. \tag{5}$$

这里 $x=|\vec{x}|=\left(\sum\limits_{i=1}^{N}x_i^2\right)^{1/2}$.因为解是球形对称的,故方程组(1)的第3个方程可改写成

$$\begin{cases}x^{N-1}\varphi_{xx}(t,x)+(N-1)x^{N-2}\varphi_x=\alpha(N)\delta\rho x^{N-1},\\ \varphi_x=\dfrac{\alpha(N)\delta}{x^{N-1}}\displaystyle\int_0^x\rho(t,s)s^{N-1}\mathrm{d}s.\end{cases} \tag{6}$$

同时,将代式(5)入式(1),欧拉-泊松方程组(1)可改写为

$$\begin{cases}\rho_t+u\rho_x+\rho u_x+\dfrac{N-1}{x}\rho u=0,\\ \rho(u_t+uu_x)+P_x(\rho)+\beta\rho u=\rho\varphi_x(\rho).\end{cases} \tag{7}$$

2 主要结果

定理1 对于方程组(7),当 $\delta=0$(欧拉方程组)或 $\delta=1$(具有排斥力的欧拉-泊松方程组)时,若存在一组放射状对称的非奇异解 (ρ,u) 在 $[0,R]$ 上有紧支集(即当 $x\geqslant R$ 时,$\rho(t,x)=0$ 和 $u(t,x)=0$,$R>0$ 是正常数),并且速度 u 满足如下的初值条件:

$$H_0=:\int_0^R x^n u(0,x)\mathrm{d}x>\frac{2R^{n+2}}{n(n+1)}\beta, \tag{8}$$

则当 $\gamma>1$ 或 $k=0$(流体为无压的),方程组(7)的解会在有限时间 T 内爆破,这里

$$T=\frac{\ln\dfrac{2R^{n+2}}{n(n+1)}H_0-\ln\left(\dfrac{2R^{n+2}}{n(n+1)}H_0-\beta\right)}{\beta}, \tag{9}$$

其中 n 是任意正常数.

证明 由方程组(4)的第1个方程(即质量方程)知

$$\frac{D\rho}{Dt}+\rho\nabla\cdot u=0, \tag{10}$$

这里物质倒数 $\dfrac{D}{Dt}$ 定义为

$$\frac{D}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}+(u\cdot\nabla). \tag{11}$$

对式(10)进行积分可得

$$\rho(t,x)=\rho_0(x_0(0,x_0))\exp\left(-\int_0^{\mathrm{T}}\nabla\cdot u(t,x(t;0,x_0))\mathrm{d}t\right), \tag{12}$$

因为沿着特征线 $\rho_0(x_0(0,x_0))\geqslant 0$,故有 $\rho(t,x)\geqslant 0$.

由方程组(7)的第2个方程(即动量方程)知,对于非奇异解 (ρ,u) 及 $\rho_0\neq 0$,有

$$u_t+uu_x+k\gamma\rho^{\gamma-2}\rho_x+\beta u=\varphi_x, \tag{13}$$

$$u_t+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}u^2\right)+k\gamma\rho^{\gamma-2}\rho_x+\beta u=\varphi_x. \tag{14}$$

在式(14)两边同乘 x^n,可得

$$x^n u_t+x^n\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}u^2\right)+\frac{k\gamma}{\gamma-1}x^n\frac{\partial}{\partial x}(\rho^{\gamma-1})+x^n\beta u=x^n\varphi_x. \tag{15}$$

再对式(15)关于 x 从0至 R 积分,

$$\int_0^R x^n u_t\mathrm{d}x+\int_0^R x^n\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}u^2\right)\mathrm{d}x+\int_0^R\frac{k\gamma}{\gamma-1}x^n\frac{\partial}{\partial x}(\rho^{\gamma-1})\mathrm{d}x+\int_0^R x^n\beta u\mathrm{d}x=\int_0^R x^n\varphi_x\mathrm{d}x, \tag{16}$$

$$\int_0^R x^n u_t\mathrm{d}x+\int_0^R x^n\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}u^2\right)\mathrm{d}x+\int_0^R\frac{k\gamma}{\gamma-1}x^n\frac{\partial}{\partial x}(\rho^{\gamma-1})\mathrm{d}x+\int_0^R\beta x^n u\mathrm{d}x=\int_0^R\frac{\alpha(N)\delta}{x^{N-n+1}}\int_0^x\rho(t,s)s^{N-1}\mathrm{d}s\mathrm{d}x. \tag{17}$$

故当 $\delta=1$ 或 $\delta=0$ 时,

$$\int_0^R x^n u_t\mathrm{d}x+\int_0^R x^n\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}u^2\right)\mathrm{d}x+\int_0^R\frac{k\gamma}{\gamma-1}x^n\frac{\partial}{\partial x}(\rho^{\gamma-1})\mathrm{d}x+\int_0^R\beta x^n u\mathrm{d}x\geqslant 0. \tag{18}$$

再运用分部积分法,

$$\int_0^R x^n u_t\mathrm{d}x+\frac{1}{2}[R^n u^2(t,R)-0^n u^2(t,0)]-\int_0^R nx^{n-1}\frac{1}{2}u^2\mathrm{d}x+\frac{k\gamma}{\gamma-1}[R^n\rho^{\gamma-1}(t,R)-0^n\rho^{\gamma-1}(t,0)]-\frac{k\gamma}{\gamma-1}\int_0^R nx^{n-1}\rho^{\gamma-1}\mathrm{d}x+\beta\int_0^R x^n u\mathrm{d}x\geqslant 0. \tag{19}$$

依定理 1 的条件, 当 $x \geqslant R$ 时,$\rho(t,x)=0$ 和 $u(t,x)=0$,可得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^R x^n u\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_0^R nx^{n-1}u^2\mathrm{d}x-\frac{k\gamma}{\gamma-1}\int_0^R nx^{n-1}\rho^{\gamma-1}\mathrm{d}x+\beta\int_0^R x^n u\mathrm{d}x\geqslant 0, \tag{20}$$

因此,当 $\gamma>1$ 或 $k=0$ 时,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^R x^n u\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_0^R nx^{n-1}u^2\mathrm{d}x+\beta\int_0^R x^n u\mathrm{d}x\geqslant\frac{k\gamma}{\gamma-1}\int_0^R nx^{n-1}\rho^{\gamma-1}\mathrm{d}x\geqslant 0, \tag{21}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^R x^n u\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_0^R\frac{n}{(n+1)x}u^2\mathrm{d}x^{n+1}+\beta\int_0^R x^n u\mathrm{d}x\geqslant\frac{k\gamma}{\gamma-1}\int_0^R nx^{n-1}\rho^{\gamma-1}\mathrm{d}x\geqslant 0, \tag{22}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^R x^n u\mathrm{d}x+\beta\int_0^R x^n u\mathrm{d}x\geqslant\frac{1}{2}\int_0^R\frac{n}{(n+1)x}u^2\mathrm{d}x^{n+1}\geqslant\frac{n}{2(n+1)R}\int_0^R u^2\mathrm{d}x^{n+1}. \tag{23}$$

记

$$H=:H(t)=\int_0^R x^n u\mathrm{d}x=\frac{1}{n+1}\int_0^R u\mathrm{d}x^{n+1}, \tag{24}$$

由 Cauchy-Schwarz 不等式知:

$$\left|\int_0^R u\cdot 1\mathrm{d}x^{n+1}\right|\leqslant\left(\int_0^R u^2\mathrm{d}x^{n+1}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\int_0^R 1^2\mathrm{d}x^{n+1}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{25}$$

$$\left|\int_0^R u\cdot 1\mathrm{d}x^{n+1}\right|\leqslant\left(\int_0^R u^2\mathrm{d}x^{n+1}\right)^{\frac{1}{2}}R^{\frac{n+1}{2}}, \tag{26}$$

$$\left|\int_0^R u\cdot 1\mathrm{d}x^{n+1}\right|^2\leqslant R^{n+1}\left(\int_0^R u^2\mathrm{d}x^{n+1}\right). \tag{27}$$

故有

$$\frac{(n+1)^2}{R^{n+1}}H^2\leqslant\int_0^R u^2\mathrm{d}x^{n+1}, \tag{28}$$

将式(28)代入式(22)得:

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}+\beta H\geqslant\frac{n(n+1)}{2R^{n+1}}H^2. \tag{29}$$

结合定理 1 的条件, $H_0=H(0)=\int_0^R x^n u(0,x)\mathrm{d}x>\frac{2R^{n+2}}{n(n+1)}\beta$,然后有

$$H\geqslant\frac{\beta H_0}{\frac{n(n+1)}{2R^{n+2}}H_0-\left(\frac{n(n+1)}{2R^{n+2}}H_0-\beta\right)\mathrm{e}^{\beta t}}. \tag{30}$$

易知,方程组(7)的解会在有限时间 T 内爆破,这里

$$T=\frac{\ln\frac{2R^{n+2}}{n(n+1)}H_0-\ln\left(\frac{2R^{n+2}}{n(n+1)}H_0-\beta\right)}{\beta},$$

即 $\lim\limits_{t\to T^-}H(t)=+\infty$,定理 1 得证.

定理 2 对于方程组(7),当 $\delta=-1$(带有引力的欧泊-松方程组),若存在一组放射状对称的非奇异解 (ρ,u) 在 $[0,R]$ 上有紧支集(即当 $x\geqslant R$ 时,$\rho(t,x)=0$ 和 $u(t,x)=0$,$R>0$ 是正常数),并且速度 u 满足如下的初值条件:

$$H_0=:\int_0^R x^n u(0,x)\mathrm{d}x>\frac{R^{n+2}}{n(n+1)}\beta+\sqrt{\frac{\beta^2R^{2n+4}}{n^2(n+1)^2}+\frac{2R^{2n-N+4}M}{n(n+1)(n-N+2)}}, \tag{31}$$

这里 $n>\max(N-2,0)$,M 为流体的总质量,则当 $\gamma>1$ 或 $k=0$(流体为无压的),方程组(7)的解会在有限时间 T^* 内爆破.

证明 当 $\delta=-1$,由式(17)知,

$$\int_0^R x^n u_t\mathrm{d}x+\int_0^R x^n\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}u^2\right)\mathrm{d}x+\int_0^R\frac{k\gamma}{\gamma-1}x^n\frac{\partial}{\partial x}(\rho^{\gamma-1})\mathrm{d}x+\int_0^R\beta x^n u\mathrm{d}x=-\int_0^R\frac{\alpha(N)}{x^{N-n+1}}\int_0^x\rho(t,s)s^{N-1}\mathrm{d}s\mathrm{d}x. \tag{32}$$

估计式(32)的右端项,

$$\int_0^R\frac{\alpha(N)}{x^{N-n+1}}\int_0^x\rho(t,s)s^{N-1}\mathrm{d}s\mathrm{d}x\leqslant\int_0^R\frac{\alpha(N)}{x^{N-n+1}}\int_0^R\rho(t,s)s^{N-1}\mathrm{d}s\mathrm{d}x=\int_0^R x^{n-N+1}M\mathrm{d}x=\frac{R^{n-N+2}}{n-N+2}M, \tag{33}$$

这里 $M=\int_0^R\alpha(N)\rho(t,s)s^{N-1}\mathrm{d}s$ 代表流体的质量,常数 $n>\max(N-2,0)$.易知:

$$-\int_0^R\frac{\alpha(N)}{x^{N-n+1}}\int_0^x\rho(t,s)s^{N-1}\mathrm{d}s\mathrm{d}x\geqslant-\frac{R^{n-N+2}}{n-N+2}M, \tag{34}$$

$$\int_0^R x^n u_t\mathrm{d}x+\int_0^R x^n\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}u^2\right)\mathrm{d}x+\int_0^R\frac{k\gamma}{\gamma-1}x^n\frac{\partial}{\partial x}(\rho^{\gamma-1})\mathrm{d}x+\int_0^R\beta x^n u\mathrm{d}x\geqslant-\frac{R^{n-N+2}}{n-N+2}M. \tag{35}$$

注意到,这是定理 2 的证明不同于定理 1 的证明中的关键一步.再对式(35)进行分部积分:

$$\int_0^R x^n u_t\mathrm{d}x+\frac{1}{2}[R^nu^2(t,R)-0^nu^2(t,0)]-\int_0^R nx^{n-1}\frac{1}{2}u^2\mathrm{d}x+\beta\int_0^R x^n u\mathrm{d}x+\frac{k\gamma}{\gamma-1}[R^n\rho^{\gamma-1}(t,R)-0^n\rho^{\gamma-1}(t,0)]-\frac{k\gamma}{\gamma-1}\int_0^R nx^{n-1}\rho^{\gamma-1}\mathrm{d}x\geqslant-\frac{R^{n-N+2}}{n-N+2}M. \tag{36}$$

由定理 2 的边界条件知,当 $x \geqslant R$ 时,$\rho(t,x)=0$ 和 $u(t,x)=0$,故对于 $\gamma>1$ 或 $k=0$ 时,有

$$\int_0^R x^n u_t \mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_0^R n x^{n-1}u^2\mathrm{d}x-\frac{k\gamma}{\gamma-1}\int_0^R n x^{n-1}\rho^{\gamma-1}\mathrm{d}x+\beta\int_0^R x^n u\mathrm{d}x \geqslant -\frac{R^{n-N+2}}{n-N+2}M, \tag{37}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^R x^n u\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_0^R n x^{n-1}u^2\mathrm{d}x-\frac{k\gamma}{\gamma-1}\int_0^R n x^{n-1}\rho^{\gamma-1}\mathrm{d}x+\beta\int_0^R x^n u\mathrm{d}x \geqslant -\frac{R^{n-N+2}}{n-N+2}M, \tag{38}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^R x^n u\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_0^R \frac{n}{(n+1)x}u^2\mathrm{d}x^{n+1}+\beta\int_0^R x^n u\mathrm{d}x+\frac{R^{n-N+2}}{n-N+2}M \geqslant \frac{k\gamma}{\gamma-1}\int_0^R n x^{n-1}\rho^{\gamma-1}\mathrm{d}x \geqslant 0. \tag{39}$$

因为非奇异的初始密度 $\rho_0=\rho(0,x)\geqslant 0$,所以

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^R x^n u\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_0^R \frac{n}{(n+1)x}u^2\mathrm{d}x^{n+1}+\beta\int_0^R x^n u\mathrm{d}x+\frac{R^{n-N+2}}{n-N+2}M \geqslant 0, \tag{40}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^R x^n u\mathrm{d}x+\beta\int_0^R x^n u\mathrm{d}x+\frac{R^{n-N+2}}{n-N+2}M \geqslant \frac{1}{2}\int_0^R \frac{n}{(n+1)x}u^2\mathrm{d}x^{n+1} \geqslant \frac{n}{2(n+1)R}\int_0^R u^2\mathrm{d}x^{n+1}. \tag{41}$$

令 $H=:H(t)=\int_0^R x^n u\mathrm{d}x=\frac{1}{n+1}\int_0^R u\mathrm{d}x^{n+1}$,如定理 1 中的式(25)—(28)一样,可得

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}+\beta H+\frac{R^{n-N+2}}{n-N+2}M \geqslant \frac{n(n+1)}{2R^{n+2}}H^2, \tag{42}$$

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} \geqslant \frac{n(n+1)}{2R^{n+2}}H^2-\beta H-\frac{R^{n-N+2}}{n-N+2}M. \tag{43}$$

若方程组(7)初始条件 $H_0=H(0)=\int_0^R x^n u(0,x)\mathrm{d}x$ 满足:

$$H_0>\frac{R^{n+2}}{n(n+1)}\beta+\sqrt{\frac{\beta^2R^{2n+4}}{n^2(n+1)^2}+\frac{2R^{2n-N+4}M}{n(n+1)(n-N+2)}}, \tag{44}$$

由黎卡提微分不等式知方程的解会在有限的时间 T^* 内爆破,即 $\lim\limits_{t\to T^{*-}}H(t)=+\infty$,定理 2 得证.

注 1 在定理 1 和 2 的证明中,一个核心思想是采用积分的方法将欧拉-泊松方程组转化为黎卡提型方程去揭示爆破现象.明显地,这种方法对于研究诸如欧拉-泊松方程组之类的流体动力学系统的爆破是新颖、有效的.

参考文献
References

[1] Chen F F.Introduction to plasma physics and controlled fusion[M].New York:Kluwer Academic/Plenum Publishers,1984

[2] Binney J,Tremaine S.Galactic dynamics[M].Princeton:Princeton University Press,1998

[3] Shukla P K,Eliasson B.Colloquium:Nonlinear collective interactions in quantum plasmas with degenerate electron fluids[J].Reviews of Modern Physics,2011,83(3):885-906

[4] Hachisu I,Kato M,Saio H,et al.A single degenerate progenitor model for type Ia supernovae highly exceeding the Chandrasekhar mass limit[J].The Astrophysical Journal,2012,744(1):69

[5] Yuen M W.Analytically periodic solutions to the 3-dimensional Euler-Poisson equations of gaseous stars with a negative constant[J].Classical and Quantum Gravity,2009,26(23):235011/1-235011/8

[6] Jang J.Nonlinear instability in gravitational Euler-Poisson systems for $\gamma=6/5$[J].Archive for Rational Mechanics and Analysis,2008,188(2):265-307

[7] Yuen M W.Analytical blowup solutions to the 2-dimensional isothermal Euler-Poisson equations of gaseous stars[J].Journal of Mathematical Analysis and Applications,2008,341(1):445-456

[8] Chae D H,Tadmor E.On the finite time blow-up of the Euler-Poisson equations in R^N[J].Communications in Mathematical Sciences,2008,6(3):785-789

[9] Cheng B,Tadmor E.An improved local blow-up condition for Euler-Poisson equations with attractive forcing[J].Physica D:Nonlinear Phenomena,2009,238(20):2062-2066

[10] Yuen M W.Stabilities for Euler-Poisson equations in some special dimensions[J].Journal of Mathematical Analysis and Applications,2008,344(1):145-156

[11] Yuen M W.Blowup for the Euler and Euler-Poisson equations with repulsive forces[J].Nonlinear Analysis:Theory,Methods & Applications,2011,74(4):1465-1470

[12] 朱旭生,熊显萍,涂爱花.带非线性阻尼项的等熵欧拉方程组的整体解[J].武汉大学学报:理学版,2011,57(2):93-99
ZHU Xusheng,XIONG Xianping,TU Aihua.The global solutions of the isentropic Euler equations with nonlinear damping[J].Journal of Wuhan University:Natural Science Edition,2011,57(2):93-99

[13] Yuen M W.Blowup for the C^1 solutions of the Euler-Poisson equations of gaseous stars in R^N[J].Journal of Mathematical Analysis and Applications,2011,383(2):627-633

Blowup for Euler-Poisson Equations with damping

ZHANG Jine[1] ZHU Xusheng[2]
1 College of Mathematics and Statistics, Hubei Normal University, Huangshi 435002
2 School of Basic Science, East China Jiaotong University, Nanchang 330013

Abstract The paper discusses the blowup problem for Euler-Poisson equations with damping in R^N. By the integration method, under certain initial condition for initial velocity u, the non-trivial classical solutions (ρ, u) with compact support in $[0, R]$, where $R>0$ is a positive constant, can blow up in the finite time.
Key words Euler-Poisson equations; radially symmetric solutions; damping; integration method; blowup