文章编号:1674-7070(2013)03-0267-06

# 基于 LMS 的自适应数字波束形成的 FPGA 实现

聂晓鸿[1]　王建[2]　陈建军[2]

**摘要**

介绍了一种针对 DBF(自适应数字波束形成)的最小均方(LMS)自适应处理方法,并在工程上用 FPGA(现场可编程门阵列)实现算法的验证和调试. 该算法比较简单,易于在工程上用硬件来实现.

**关键词**

最小均方;均方误差;自适应;数字波束形成

**中图分类号** TN911.7

**文献标志码** A

## 0　引言

数字波束形成(DBF)是 20 世纪 80 年代以来发展起来的一种新雷达体制. DBF 技术受到了许多国家的重视,并相继推出了一些 DBF 试验系统,包括比较先进的自适应 DBF 技术[1]. 目前我国也在加紧研发,但自适应 DBF 技术还处于初级阶段.

自适应数字波束形成是一种提高雷达、通讯等系统中天线性能的先进技术,它充分利用阵列天线所获取的空间信息,通过进一步的信号处理技术可以获得超分辨和低旁瓣的性能,实现波束的扫描、目标的跟踪以及空间干扰信号的置零,因而在雷达信号处理、通信信号处理以及电子对抗系统中得到广泛的应用. 在本文中,自适应 DBF 在 LMS(最小均方)自适应算法的基础上,做了一些改进,可以快速地对波束进行复加权处理,形成所需的波束信号. 自适应波束形成系统根据信号和干扰传来方向的不同,按最小均方误差原则,对加权系数进行迭代计算,从而完成对消旁瓣抑制干扰的目的.

## 1　自适应数字波束形成系统

图 1 是接收自适应 DBF 系统示意. $M$ 个天线阵元接收到高频雷达回波信号经过各路接收机变频、增益后变成中频信号,再经过模数转换器后得到数字信号,进入 FPGA(现场可编程门阵列)中进行数字下变频后转换为零中频信号,然后和迭代的加权因子相乘得到抑制干扰和噪声的合成信号[2].

## 2　自适应数字波束形成原理

自适应数字波束形成系统主要由天线阵列、模数转换、FPGA 处理器 3 部分组成.

假设阵列天线满足窄带传输条件,入射信号在天线各阵元的响应输出只有相位差,且入射信号为平面波,则这些相位差由载波波长、入射角度、天线位置分布唯一确定. 给定一组加权值和一定的入射信号强度,不同入射角度的信号由于在天线间的相位差不同,合并后的输出信号强度也会不同[3].

单一天线阵元的方向图波束可以认为是全向的,在复杂的电磁环境下,不能有效地接收有用信号,并屏蔽其他干扰和多径干扰. 如果能够针对波达方向形成指向性波束,而对于其他方向形成较低的

**收稿日期** 2010-05-18

**作者简介**

聂晓鸿,男,硕士生,主要研究雷达信号处理、自适应算法的应用. 251573056@qq.com

王建(通信作者),男,研究员,硕士生导师,主要研究雷达信号处理、自适应算法的应用. 13809023770@163.com

1　南京信息工程大学　电子信息工程学院,南京,210044

2　南京船舶雷达研究所,南京,210003

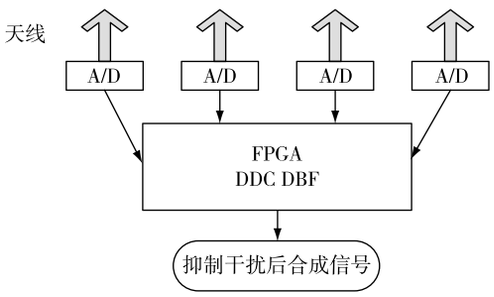



图 1　自适应数字波束形成示意

Fig. 1　Structure of adaptive DBF

增益,则将大大提高系统的性能,这种形成指向性波束的过程就称为波束赋形. 天线各阵元接收的信号通过自适应网络,根据噪声、干扰和多径情况,自适应调整加权值,达到自适应改变天线方向图,跟踪多个目标的目的[4].

假设 $M$ 个阵元均匀分布在一条直线上,各阵元为具有各相同性的天线,各阵元间距为 $d$,窄带信号 $s(t)$ 入射到阵列上的平面的方位角为 $\phi$,与水平面的夹角为 $\theta$,此$(\phi,\theta)$ 被称为信号的波达方向,$\beta = 2\pi/\lambda$ 为相位延迟单元,其中 $\lambda$ 表示信号的波长,取幅度为 $A$. 那么对于入射到阵列上的平面波,在阵元 $M$ 接收信号为

$$u_m(t) = As(t)\mathrm{e}^{-j\beta md\cos\phi\sin\theta}, \tag{1}$$

直线阵总的输出为

$$v(t) = \sum_{m=1}^{M} w_m^* u_m(t). \tag{2}$$

自适应阵列就是通过调整权矢量 $w_m$, 使输出信号质量达到最优. 此时,系统可以被看作一个滤波器,LMS 自适应算法寻找一组最优的滤波器系数即权矢量使滤波器输出的均方误差最小[5].

## 3　LMS 自适应算法原理

### 3.1　LMS 算法介绍

为了成功使用下面给出的自适应滤波器算法并保证算法的收敛和稳定性,有必要对输入信号的本质从概率的角度上做一些基本假设,即输入信号可以看作是随机变量的一个向量. 首先,输入信号应该具有普遍性,用单一输入信号计算的统计属性,如均值

$$\eta = E\{x\} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n] \tag{3}$$

或者方差 $E\{x^2\}$ 应该显示与随机变量平均值相同的统计属性;其次,信号应该是广义稳态的,即在一组平均值或方差的统计测量不是时间的函数,并且自相关函数

$$r[\tau] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]x[n+\tau] \tag{4}$$

只依赖于 $\tau = t_1 - t_2$,此时,$r[0] = E\{x[t]x[t]\} = E\{|x(t)|^2\}$ 用于计算广义稳态过程的平均功率. LMS 系统示意如图 2 所示.

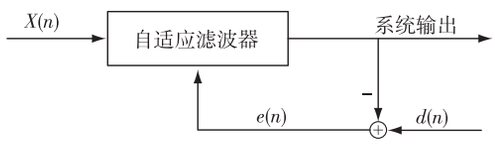



图 2　LMS 的一种系统示意

Fig. 2　Structure of one LMS

适用于评估器输出的成本函数的定义是所有自适应滤波器算法中的关键参数,需要以某种方式“加权”估算误差:

$$\boldsymbol{e}[n] = \boldsymbol{d}[n] - \boldsymbol{y}[n], \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{d}[n]$ 是要估算的随机变量,$\boldsymbol{y}[n]$ 是通过自适应滤波器计算的估计值. 最常用的成本函数是最小二乘法函数:

$$j = E\{\boldsymbol{e}[n]^2\} = \overline{(\boldsymbol{d}[n] - \boldsymbol{y}[n])^2}, \tag{6}$$

这并不是可以使用的唯一的成本函数,使用它是因为可以降低自适应算法的计算负担[6].

### 3.2　LMS 原理

自适应滤波器的输出是通过卷积和 $\boldsymbol{y}[n] = \sum_{k=0}^{L-1}\boldsymbol{f}_k\boldsymbol{x}[n-k]$ 计算的,其中滤波器的系数 $\boldsymbol{f}_k$ 要以定义的成本函数 $J$ 为最小值的方式调整. 通常根据 $\boldsymbol{y}[n] = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}[n]\boldsymbol{f} = \boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}[n]$ 用向量记法改写卷积更为方便,其中 $\boldsymbol{f} = [f_0 f_1 \cdots f_{L-1}]^{\mathrm{T}}$,是$(L\times 1)$ 阶向量,T 表示矩阵的转置[7]. 可以得到:

$$\boldsymbol{e}[n] = \boldsymbol{d}[n] - \boldsymbol{y}[n] = \boldsymbol{d}[n] - \boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}[n], \tag{7}$$

所以,均方误差函数变成

$$\begin{aligned} J = E\{\boldsymbol{e}^2[n]\} = E\{\boldsymbol{d}[n] - \boldsymbol{y}[n]\}^2 = \\ E\{\boldsymbol{d}[n] - \boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}[n]\}^2 E\{\boldsymbol{d}[n] - \\ 2d[n]\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}[n] + \boldsymbol{f}^{T}\boldsymbol{x}[n]\boldsymbol{x}[n]\}, \end{aligned} \tag{8}$$

将式(8)对 $\boldsymbol{f}$ 求微分,成本函数就是最小值. 令这一梯度等于 0,也就是

$$\nabla = \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial \boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}} = E\{-2\boldsymbol{d}[n]\boldsymbol{x}[n] + 2\boldsymbol{x}[n]\boldsymbol{x}[n]\boldsymbol{f}_{\mathrm{opt}}\} = 0, \tag{9}$$

可得

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{opt}} = E\{\boldsymbol{x}[n]\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}[n]\}E\{\boldsymbol{d}[n]\boldsymbol{x}[n]\} = \boldsymbol{R}_{xx}^{-1}\boldsymbol{R}_{dx}, \tag{10}$$

如此计算便得到最优滤波器系数向量 $\boldsymbol{f}_{opt}$.

由于自相关矩阵 $\boldsymbol{R}_{xx}$ 的生成需要密集的计算量,另外还要计算其逆矩阵 $\boldsymbol{R}_{xx}^{-1}$,如果滤波器的阶数增加太多,很耗时间和运算资源[7].

LMS 算法是最速下降法的一种实现,下一个滤波器系数向量 $\boldsymbol{f}[n+1]$ 等于前面一个滤波器系数向量 $\boldsymbol{f}[n]$ 加上改变比例的负梯度:

$$\boldsymbol{f}[n+1] = \boldsymbol{f}[n] - \frac{\mu}{2}\nabla[n], \tag{11}$$

参数 $\mu$ 是学习因子,是控制稳定性以及算法收敛速率的步长. 代入 $\nabla[n] = -2\boldsymbol{e}[n]\boldsymbol{x}[n]$,可以得到:

$$\boldsymbol{f}[n+1] = \boldsymbol{f}[n] + \mu\boldsymbol{e}[n]\boldsymbol{x}[n]. \tag{12}$$

## 4 自适应数字波束形成的数学仿真实现

先在理想的条件下,数学建模来实现自适应数字波束形成的算法思想,在 Matlab 软件上实现. $M$ 路零中频的 I、Q 正交 2 路信号数据和加权矢量相乘后得到新的数字波束合成信号,然后与天线方向参考信号进行减法运算得到误差,再由误差信号和步长因子来得到新的加权矢量,如此循环,最后得到最优加权矢量[3]. 阵列数为 8,信号的带宽为 1 MHz,脉宽为 100 μs,回波方向为 10°,干扰信号方向为 40°. 雷达回波是线性调频信号,根据线性调频信号的数学形式在 Matlab 软件上编写出来,然后继续对回波信号进行自适应数字波束形成处理.

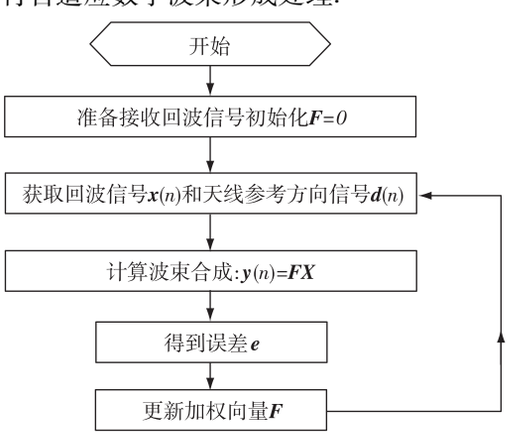



图 3 自适应波束形成算法实现流程

Fig. 3 Flow chart of adaptive DBF's arithmetic

算法实现流程如图 3 所示. 图 4、5 分别为有干扰和去干扰的回波信号,图 6 为天线归一化方向.

## 5 自适应数字波束形成的 FPGA 硬件实现

目前,可编程逻辑器件(FPGA)芯片内部除了丰富的可编程逻辑资源以外,还包括高速的处理硬核、处理器软核、DSP 模块、大量的存储器资源、高速串行收发器模块、系统时钟管理器、多标准的输入输出接口模块等.

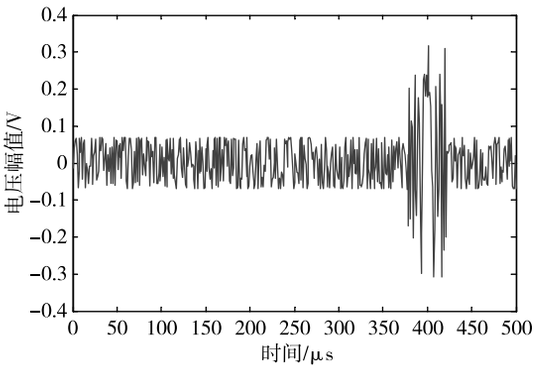



图 4 有干扰的回波信号

Fig. 4 Disturbed echo signal

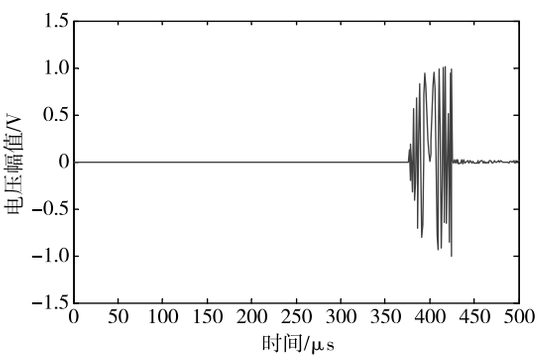



图 5 去干扰的自适应 DBF 回波信号

Fig. 5 Echo signal with noise removed by adaptive DBF

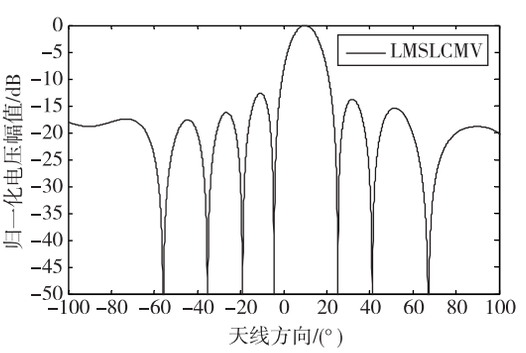



图 6 天线归一化方向

Fig. 6 Normalized antenna direction

本设计中使用的 FPGA 芯片型号为 Xilinx 公司的 Spartan3XC3S400-PQ208. 在 Spartan 系列产品中,Spartan3 继承了高性能平台级的 Virtex-II 系列器件

的结构,内核电压采用 1.2 V,最大系统门为 500 万,可达 326 MHz 的系统时钟速率,并可提供更多的输入输出管角和块存储器,嵌入式的 18 位乘法器模块可以满足数字信号处理的要求,而且,低成本是该系列器件的最大特性[8].

下面介绍自适应 DBF 在 FPGA 上的实现过程以及处理结果. 考虑到芯片的乘法器资源有限,为了调试方便,天线阵列数改为 4 个,信号的形式也做了部分调整. 数字下变频 DDC 后的零中频线性调频信号带宽为 2 MHz,脉宽为 10 μs,采样率为12.5 MHz,数据流 25 MB/s. 干扰信号由伪随机序列 $m$ 序列来产生. 信号处理调试结果可以在在线逻辑分析仪(ChipScope)上看出来.

在 FPGA 调试阶段,一般都要使用逻辑分析仪器进行信号测试和故障定位,但是传统逻辑分析仪器只能观察 FPGA 管脚,这样会带来不少问题,例如要求 FPGA 有足够管脚供测试用,FPGA 管脚连接逻辑分析仪需要专门的探头,改变观测点时需要重新综合和布局布线等,这些问题会给项目的开展造成不小的麻烦,而且逻辑分析仪器价格高昂、数量有限,往往不够用,影响项目的进展.

在线逻辑分析仪(ChipScope)具有类似传统逻辑分析仪器的功能,其突出优点是可以方便地观测 FPGA 内部任何信号,这种强大的可观性为调试工具带来巨大的便利,而且 ChipScope 价格便宜,不需要大量探头,具有很高的实用价值.

图 7、8 分别是 ChipScope 抓取的有干扰和去干扰的信号时序逻辑,即图 4、5 是在 Matlab 上仿真的结果,而图 7、8 是在 FPGA 硬件上实现的结果.

由图 9 的加权系数 $\boldsymbol{f}[n]$ 的时序可以看出,加权系数基本稳定. 由于 FPGA 不支持浮点数运算,定点运算时系数的迭代会有误差,精度会受到影响.

## 6 结束语

自适应数字波束形成(DBF)是目前非常活跃的技术领域,它主要用于先进的多基地雷达、三坐标雷达、相控阵雷达及电子对抗系统,此外,在通信、导航及地震、医疗等领域均有广阔的应用前景. 本文使用 Matlab 的自适应数字波束形成数学仿真,再完成自适应数字波束形成在 FPGA 上的硬件实现,并结合使用逻辑分析工具 ChipScope 来验证自适应数字波束形成是否正确实现. 本文调试实验结果表明 LMS

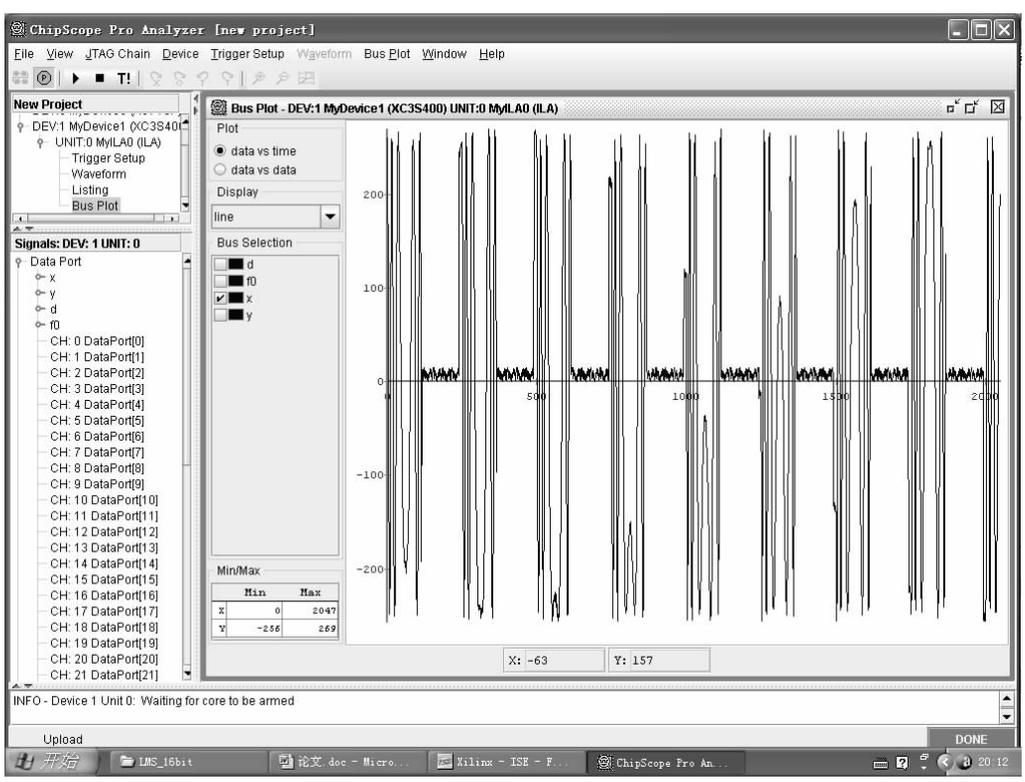



图 7　在 FPGA 上待处理有干扰信号的回波信号

Fig. 7　Disturbed echo signal composed on FPGA

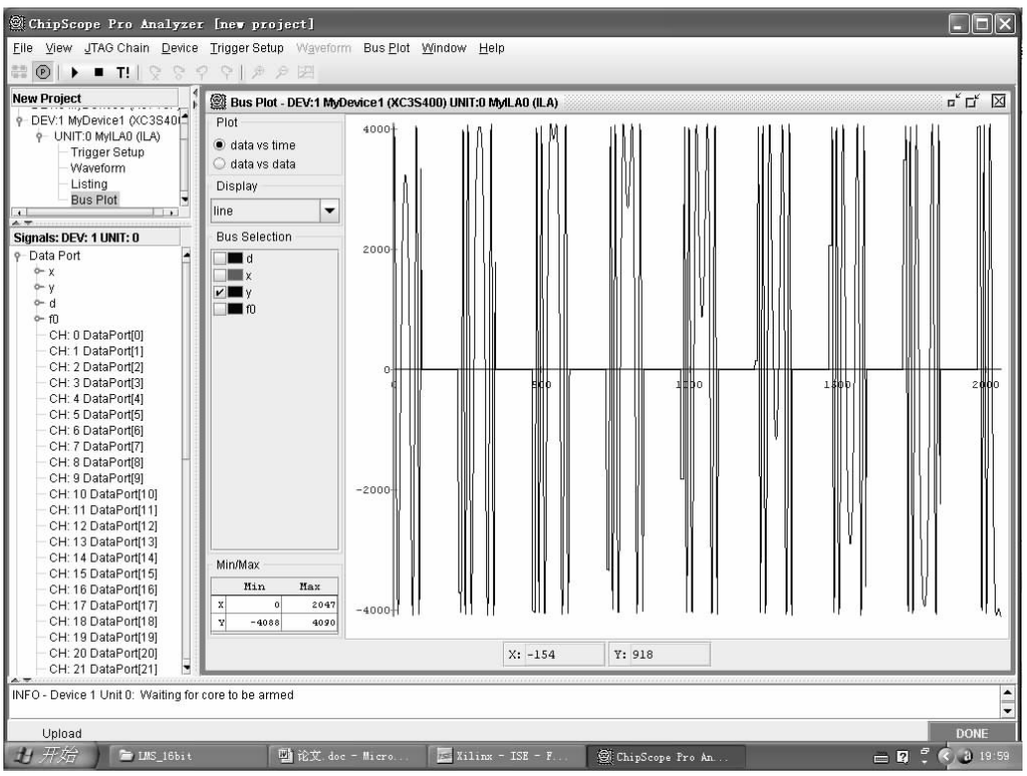



图 8　在 FPGA 上实现自适应 DBF 去掉干扰后的回波

Fig. 8　Echo signal with noise removed by adaptive DBF based on FPGA

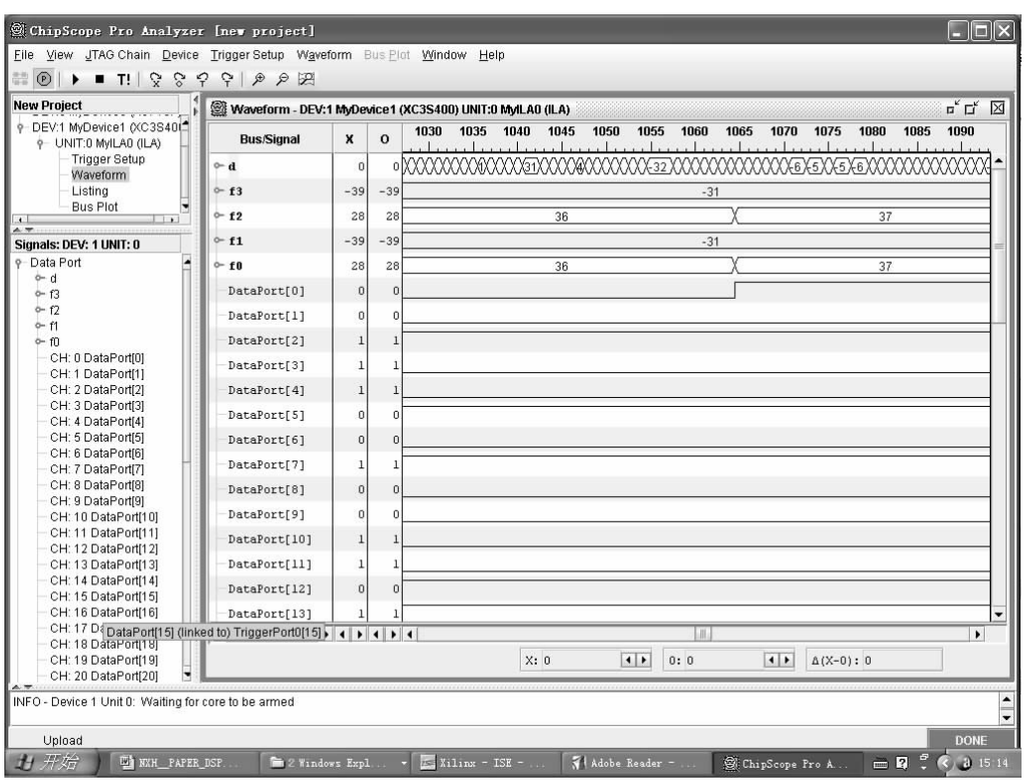



图 9　4 个加权系数在 FPGA 上的时序

Fig. 9　Timing sequences of 4 weighting coefficients on FPGA

自适应适合与 DBF 结合起来,对干扰信号的去除效果比较好,但也存在浮点运算方面的问题,有待改进和解决.

## 参考文献
References

[1] 李国清,张思敏,王培美. DBF 技术在雷达接收系统中的应用[J]. 安徽大学学报:自然科学版,2008,32(1):40-43
LI Guoqing, ZHANG Simin, WANG Peimei. The radar receiving system/application implement of radar receiving system based on digital beam forming technology[J]. Journal of Anhui University: Natural Science Edition, 2008, 32(1): 40-43

[2] 周又玲,周铁,王志新. 自适应 LMS 算法的 DSP 实现[J]. 现代电子技术,2004,29(19):134-137
ZHOU Youling, ZHOU Tie, WANG Zhixin. Algorithm of adaptive LMS realized by DSP[J]. Modern Electronics Technique, 2004, 29(19): 134-137

[3] 张明友. 数字阵列雷达和软件化雷达[M]. 北京:电子工业出版社,2008
ZHANG Mingyou. Digital array radar and software defined radar[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008

[4] 杨小牛,楼才义,徐建良. 软件无线电原理与应用[M]北京:电子工业出版,2001
YANG Xiaoniu, LOU Caiyi, XU Jianliang. Software defined radio theories and applications[J]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2001

[5] 张光义,赵玉洁. 相控阵雷达技术[M]. 北京:电子工业出版社,2007
ZHANG Guangyi, ZHAO Yujie. Array radar's technology[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007

[6] Douglas S C, Zhu Q H, Smith K F. A pipelined LMS adaptive FIR filter architecture without adaptation delay[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1988, 46(3): 775-779

[7] Simon Haykin. 自适应滤波器原理[M]. 郑宝玉,译. 北京:电子工业出版社,2006
Simon Haykin. Adaptive filter theory[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006

[8] 孙航. Xilinx 可编程逻辑器件的高级应用与设计技巧[M]. 北京:电子工业出版社,2004
SUN Hang. Xilinx programming logical device's application and devising technique[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004

# Adaptive DBF's implementation on FPGA based on LMS

NIE Xiaohong[1] WANG Jian[2] CHEN Jianjun[2]
1 School of Electronic & Information Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044
2 Nanjing Marine Radar Institute, Nanjing 210003

**Abstract** Digital Beam Forming(DBF) is a useful method to synthesize signals in digital format. An adaptive DBF based on least-mean-square(LMS) is deliberated in this paper, from its arithmetic principle and mathematical simulation to its implementation, verification and test on Field Programmable Gate Array(FPGA). The conclusion is that this adaptive DBF is simple in arithmetic and easy to implement in engineering practice.

**Key words** least-mean-square; mean square error; adaptative; digital beam forming