文章编号:1674-7070(2013)01-0050-05

非线性微分-代数子系统的初始化高增益观测器设计

陈炜峰[1]　周权[1]　臧强[1]

摘要

针对一类大系统中的非线性微分-代数子系统,研究其状态观测问题,提出了一种初始化高增益观测器设计方案.首先,通过一个非线性微分同胚变换,实现了系统的等价变换;然后针对等价系统,给出了初始化状态观测器设计,使得观测误差是指数收敛的;最后,给出一个数值仿真算例.仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词

微分-代数子系统;非线性系统;高增益观测器;初始化

中图分类号 TP13

文献标志码 A

收稿日期 2011-11-08

资助项目 国家自然科学基金(61004001);江苏省自然科学基金(BK2011826);南京信息工程大学科研启动基金(S8110046001)

作者简介

陈炜峰,男,博士,教授,主要从事电磁兼容性测试、电磁脉冲模拟等技术方面的研究.cwf6426@163.com

1 南京信息工程大学 信息与控制学院,南京,210044

0 引言

许多实际系统如电力系统、经济系统以及受限机器人系统等均可由微分-代数(Differential-Algebraic Equations,DAE)系统模型来描述.已有的研究大多将受控DAE系统视为孤立系统,不考虑系统外部和受控系统之间的相互约束和影响,例如在不考虑被控对象和外部之间的相互影响时,单机无穷大系统便成为一个孤立非线性DAE系统[1].然而在许多实际应用中,被控对象往往是大系统中的一个非线性DAE子系统,与大系统其余部分之间存在相互约束(这些约束从物理角度如能量守恒等考虑,是自然产生的),受大系统其余部分产生的关联输入变量的影响.文献[2]所谓"电力系统元件结构化模型",就是一个典型的非线性DAE子系统模型.实际上,不仅是电力大系统,对于其他复杂大系统,非线性DAE子系统的控制问题也是普遍存在的.

在各种结构性条件和增长性条件的假设下,非线性常微分方程(Ordinary Differential Equations,ODE)系统的状态观测问题已经取得了丰富的成果[3],但对于非线性DAE子系统而言,状态观测问题的研究还不多见.针对一类仿射非线性DAE系统,文献[4-5]研究了非线性DAE系统的输出反馈镇定控制问题,文献[6-7]将非线性ODE系统的高增益观测器方法进行了扩展.然而,目前对于非线性DAE子系统的状态观测问题的研究还很少.

本文研究了一类非线性DAE子系统的状态观测问题,给出了一种初始化非线性高增益观测器设计方案,初始化是指观测器的初始条件要满足代数约束方程.本文首先通过非线性微分同胚变换,实现被控系统的等价变换;再针对等价系统,分别设计出针对等价系统和原系统的初始化非线性高增益观测器,使系统状态估计误差指数收敛于零;最后给出一个数值仿真算例.仿真结果验证了本文所提设计方案的有效性.

1 系统的描述和问题的提出

为使读者对本文所谓"非线性DAE子系统"控制问题提出的物理背景有更为直观的了解,下面对其作简要描述.

包含N个元件的电力系统,其中第$i(i=1,\cdots,N)$个元件由如下的非线性微分-代数方程来描述[8-11]:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{z}_i,\boldsymbol{u}_i),\\ 0 = \boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{z}_i,\bar{\boldsymbol{v}}_i),\\ \boldsymbol{y}_i = \boldsymbol{h}_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{z}_i,\bar{\boldsymbol{v}}_i), \quad i = 1,\cdots,N.\end{cases} \tag{1}$$

显然元件 i 是电力系统中的一个子系统. 相对于元件 i,其余元件 $j(j \neq i)$ 和交流电网共同组成电力系统的其余部分. 这里称 $\bar{\boldsymbol{v}}_i \in \mathbf{R}^{s_i}$ 为关联输入变量,通过合适选取,可使得 $\bar{\boldsymbol{v}}_i$"完全"反映电力系统其余部分对元件 i 的影响. 元件 i 与电力系统其余部分的关系可以由图 1 直观地表示.

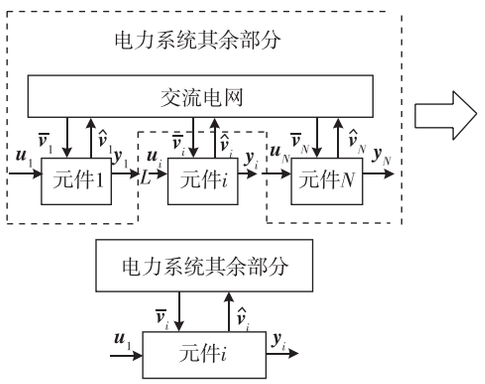


图 1 元件与电力系统其余部分

Fig. 1 Components and the rest of the power systems

更一般的,本文将研究如下形式的非线性 DAE 子系统:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{z}_i,\bar{\boldsymbol{v}}_i) + \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{z}_i,\bar{\boldsymbol{v}}_i)\boldsymbol{u}_i,\\ 0 = \boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{z}_i,\bar{\boldsymbol{v}}_i)\\ \boldsymbol{y}_i = \boldsymbol{h}_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{z}_i,\bar{\boldsymbol{v}}_i), \quad i = 1,\cdots,N.\end{cases} \tag{2}$$

这里 $\boldsymbol{x}_i = [x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{in}]^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^n, \boldsymbol{z}_i \in \mathbf{R}^d, \boldsymbol{u}_i \in \mathbf{R}$, $\boldsymbol{y}_i \in \mathbf{R}, i = 1,\cdots,N$,分别为非线性 DAE 子系统(2)的微分变量、代数变量、控制输入和控制输出,统称 $(\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}},\boldsymbol{z}_i^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$ 为系统(2)的状态变量,称 $\bar{\boldsymbol{v}}_i \in \mathbf{R}^{s_i}$ 为关联输入变量,反映了大系统其余部分对于(2)的影响, $\boldsymbol{f}_i \in \mathbf{R}^{n_i}, \boldsymbol{g}_i = (g_1,\cdots,g_d)^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^{d_i}, \boldsymbol{h}_i \in \mathbf{R}$ 均为定义域上的光滑向量场. 为简单起见,下文将省略下标 i.

记 $\boldsymbol{g}$ 的零集为

$$\Omega:\Omega = \{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}}) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^d \times \mathbf{R}^s : \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}}) = 0\}. \tag{3}$$

对非线性 DAE 子系统(2),有如下的假设.

假设 1 非线性 DAE 子系统(2)是指数 1 的,即代数方程 $0 = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}})$ 关于代数变量 $\boldsymbol{z}$ 的雅克比矩阵在 Ω 上具有常满秩:

$$\forall (\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}}) \in \Omega, \quad \operatorname{rank}\left(\frac{\partial \boldsymbol{g}}{\partial \boldsymbol{z}}\right) = d. \tag{4}$$

假设 2 非线性 DAE 子系统(2)具有容许初始值 $X_0 = (\boldsymbol{x}_0,\boldsymbol{z}_0,\boldsymbol{y}_0,\bar{\boldsymbol{v}}_0) \in \Omega$,即 $0 = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_0,\boldsymbol{z}_0,\bar{\boldsymbol{v}}_0)$.

假设 1 和假设 2 保证了非线性 DAE 子系统(2)的解对容许初始值的存在和唯一性.

假设 3 关联输入变量 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 及其充分阶次的导数均为本地可测有界信号.

由式(4)可知,$\left(\frac{\partial \boldsymbol{g}}{\partial \boldsymbol{z}}\right)^{-1}$ 在 Ω 上存在. 定义如下的非线性坐标变换:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}\\ \vdots\\ \boldsymbol{\chi}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}})\\ \vdots\\ \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}})\end{bmatrix} \triangleq \Psi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}}). \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix}\boldsymbol{\xi}_1\\ \vdots\\ \boldsymbol{\xi}_n\end{pmatrix}, \boldsymbol{T} = \begin{pmatrix}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}})\\ \vdots\\ L_{Ff_1}^{n-1}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}})\end{pmatrix}, F(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{z}_i,\bar{\boldsymbol{v}}_i)$ 定义为 $F(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{z}_i,\bar{\boldsymbol{v}}_i) \triangleq \begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_n\\ -\left(\frac{\partial \boldsymbol{g}_i}{\partial \boldsymbol{z}_i}\right)^{-1}\frac{\partial \boldsymbol{g}_i}{\partial \boldsymbol{x}_i}\end{bmatrix}, L_{Ff_1}^i \boldsymbol{h} \triangleq L_{Ff_1}(L_{Ff_1}^{i-1}\boldsymbol{h}) \triangleq \left(\frac{\partial L_{Ff_1}^{i-1}\boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{x}} \frac{\partial L_{Ff_1}^{i-1}\boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{z}}\right) Ff_1, i = 1,\cdots,n.$

假设 4 Ψ 为 Ω 的管状邻域 $\Omega_k = \{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}}) \in \Omega \mid \| \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}}) \| < \kappa, \kappa > 0\}$ 上的微分同胚,满足 $\| \Psi(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{z}_1,\bar{\boldsymbol{v}}_1) - \Psi(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{z}_2,\bar{\boldsymbol{v}}_2) \| \geqslant \omega \| \boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{z}_1 - \boldsymbol{z}_2 \|$,这里 $\omega > 0$ 为已知正常数,且 Ψ 将系统(2)等价转化为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\xi}}_1 = \boldsymbol{\xi}_2 + \boldsymbol{\varphi}_1(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\chi},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{u}),\\ \vdots\\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_{n-1} = \boldsymbol{\xi}_n + \boldsymbol{\varphi}_{n-1}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\chi},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{u}),\\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_n = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{\varphi}_n(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\chi},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{u}),\\ \dot{\boldsymbol{\chi}} = 0,\\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{\xi}_1.\end{cases} \tag{6}$$

假设 5 $\boldsymbol{\varphi}_i(i = 1,\cdots,n)$ 是关于 $\boldsymbol{\xi}$ 的全局 Lipschitz 函数(即 $\| \boldsymbol{\varphi}_i(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\chi},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},u) - \boldsymbol{\varphi}_i(\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{\chi},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{u}) \| \leqslant c \| \boldsymbol{\xi} - \bar{\boldsymbol{\xi}} \|, c > 0$ 为 Lipschtiz 常数).

与已有孤立非线性 DAE 系统结果相比,系统(2)中的微分方程和代数方程还含有关联输入变量 $\bar{\boldsymbol{v}}$,这使得类似于文献[12]中的精确的线性化方法不可行. 同时系统(2)中的关联输入变量具有假设 3 所述的优良性质,这为其状态观测器的设计提供了极大的便利. 本文将研究满足以上假设的 DAE 子系统(2)的状态观测问题.

2 初始化高增益观测器的设计

对等价系统(6)构造如下形式的高增益观测器:

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}}_1 = \hat{\boldsymbol{\xi}}_2 + \boldsymbol{\varphi}_1(\hat{\boldsymbol{\xi}},\hat{\boldsymbol{\chi}},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{u}) + \theta \boldsymbol{K}_1(\hat{\boldsymbol{\xi}}_1 - \boldsymbol{y}),\\ \vdots\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}}_{n-1} = \hat{\boldsymbol{\xi}}_n + \boldsymbol{\varphi}_{n-1}(\hat{\boldsymbol{\xi}},\hat{\boldsymbol{\chi}},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{u}) + \theta^{(n-1)} \boldsymbol{K}_{n-1}(\hat{\boldsymbol{\xi}}_1 - \boldsymbol{y}),\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}}_n = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{\varphi}_n(\hat{\boldsymbol{\xi}},\hat{\boldsymbol{\chi}},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{u}) + \theta^n \boldsymbol{K}_n(\hat{\boldsymbol{\xi}}_1 - \boldsymbol{y}),\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\chi}}} = 0.\end{cases} \tag{7}$$

其中 θ 为大于零的正常数,$\boldsymbol{K} = [\boldsymbol{K}_1,\cdots,\boldsymbol{K}_n]^{\mathrm{T}}$ 使得 $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{C}$ 是 Hurwitz 矩阵,

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots\\ \vdots & & \ddots & 1\\ 0 & \cdots & \cdots & 0\end{pmatrix}_{n\times n}, \boldsymbol{C} = (1,0,\cdots,0)_{1\times n}.$$

定理 1 若 $\boldsymbol{u}$ 是有界输入,则存在一个常数 $\theta_0 > 0$,对于 $\theta \geqslant \theta_0$,有:

$$\|\hat{\boldsymbol{\xi}}(t) - \boldsymbol{\xi}(t)\| \leqslant \lambda \|\hat{\boldsymbol{\xi}}(0) - \boldsymbol{\xi}(0)\| \exp(-\mu t). \tag{8}$$

其中 $\boldsymbol{\xi} = (\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}})$,$\lambda$,$\mu$ 为大于 0 的常数.

证明 $\boldsymbol{\xi}(t)$ 是观测器(7)在 $\boldsymbol{\chi} = 0$ 时的轨迹,且 $\hat{\boldsymbol{\xi}}(t)$ 是系统(6)中的状态 $\boldsymbol{\xi}(t)$ 的估计.

定义观测误差 $\boldsymbol{e}(t) = (\boldsymbol{\Delta}^{-1}\hat{\boldsymbol{\xi}}(t) - \boldsymbol{\xi}(t))$,$\delta\boldsymbol{\varphi}_i = \boldsymbol{\varphi}_i(\hat{\boldsymbol{\xi}},\hat{\boldsymbol{\chi}},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{u}) - \boldsymbol{\varphi}_i(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\chi},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{u})$,$i = 1,\cdots,n$,得

$$\dot{\boldsymbol{e}} = \theta(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{C})\boldsymbol{e} + \boldsymbol{\Delta}^{-1}\delta\boldsymbol{\varphi}_i. \tag{9}$$

其中 $\boldsymbol{\Delta} = \mathrm{diag}\left(\frac{1}{\theta},\cdots,\frac{1}{\theta^n}\right)$ 是 $n\times n$ 的对角矩阵. 因为 $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{C}$ 是 Hurwitz 矩阵,因此存在一个对称正定矩阵 $\boldsymbol{P}$ 使得如下等式成立:

$$(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{C}) = -\boldsymbol{I}_n. \tag{10}$$

定义李亚普诺夫函数 $V(t) = (\boldsymbol{e}(t))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t)$ 和 $W(t) = \|\hat{\boldsymbol{\chi}}(t)\|^2$,下面将证明存在 $\theta_0 > 1$,使得 $\forall\,\theta \geqslant \theta_0$ 有函数 $V(t)$ 和 $W(t)$ 指数收敛于 0.

从式(10)得 $\dot{W}(t) = -2\hat{\boldsymbol{\chi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}\hat{\boldsymbol{\chi}} \leqslant -2\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Lambda})\boldsymbol{W}$,其中 $\boldsymbol{\Lambda}$ 是 $d\times d$ 维的正定对称矩阵,则有

$$\|\hat{\boldsymbol{\chi}}(t)\|^2 \leqslant \mathrm{e}^{-\beta t}\|\hat{\boldsymbol{\chi}}(0)\|^2,\quad \beta = 2\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Lambda}), \tag{11}$$

即 $W(t)$ 是指数收敛于 0.

从式(9)和(10),得

$$\dot{V}(t) = -\theta\|\boldsymbol{e}\|^2 + 2(\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Delta}^{-1}\delta\boldsymbol{\varphi}_i \leqslant -\theta\|\boldsymbol{e}\|^2 + 2\|\boldsymbol{P}\|\,\|\boldsymbol{e}\|\,\|\boldsymbol{\Delta}^{-1}\delta\boldsymbol{\varphi}_i\|. \tag{12}$$

由假设 5 和不等式(11),则对于 $\theta \geqslant 1$,有下列不等式成立:

$$\|\boldsymbol{\Delta}^{-1}\delta\boldsymbol{\varphi}_i\| \leqslant \|\boldsymbol{\Delta}^{-1}(\boldsymbol{\varphi}_i(\hat{\boldsymbol{\xi}},\hat{\boldsymbol{\chi}},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{u}) - \boldsymbol{\varphi}_i(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\chi},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{u}))\| + \|\boldsymbol{\Delta}^{-1}(\boldsymbol{\varphi}_i(\hat{\boldsymbol{\xi}},\hat{\boldsymbol{\chi}},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{u}) - \boldsymbol{\varphi}_i(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\chi},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{u}))\| \leqslant c_1\|\boldsymbol{\chi}\| + c_2\|\boldsymbol{e}\|. \tag{13}$$

c_1 和 c_2 是不依赖于 θ 的常数. 对于

$$\dot{V}(t) \leqslant -\theta^{\delta}\|\boldsymbol{e}\|^2 + 2c_1\|\boldsymbol{p}\|\,\|\boldsymbol{e}\|\,\|\boldsymbol{\chi}\| + 2c_2\|\boldsymbol{p}\|\,\|\boldsymbol{e}\|^2 \leqslant -\varepsilon\|\boldsymbol{e}\|^2 + \lambda\|\boldsymbol{e}\|\,\|\boldsymbol{\chi}\|, \tag{14}$$

又由于 $\boldsymbol{\chi}(t) = 0$,ε 为很小的常数,因此 $V(t)$ 是指数收敛于 0. 证毕.

观测器(7)是针对等价系统(6)的,而对于原系统(2)本文给出如下状态观测器设计:

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{f}_1(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{z}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}}) + \boldsymbol{f}_2(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{z}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})\boldsymbol{u} + \left(\frac{\partial\boldsymbol{\Phi}}{\partial\boldsymbol{x}}\bigg|_{\hat{\boldsymbol{x}}}\right)^{-1}\Delta_\theta\boldsymbol{K}(\boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{z}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}}) - \boldsymbol{y}),\\ \dot{\hat{\boldsymbol{z}}} = -\left(\frac{\partial\boldsymbol{g}}{\partial\boldsymbol{z}}\bigg|_{(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{z}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})}\right)^{-1}\left(\frac{\partial\boldsymbol{g}}{\partial\boldsymbol{x}}\bigg|_{(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{z}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})}\right)\dot{\hat{\boldsymbol{x}}},\\ \boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{x}}(0),\hat{\boldsymbol{z}}(0),\bar{\boldsymbol{v}}(0)) = 0.\end{cases} \tag{15}$$

同时定义 $\begin{pmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\ \boldsymbol{z}(t)\end{pmatrix} = \boldsymbol{\zeta}(t) = \boldsymbol{\Phi}^{-1}(\boldsymbol{\xi}(t))$,$\begin{pmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}(t)\\ \hat{\boldsymbol{z}}(t)\end{pmatrix} = \hat{\boldsymbol{\zeta}}(t) = \boldsymbol{\Phi}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\xi}}(t))$,则有如下结论.

定理 2 若 $\boldsymbol{\Phi}$ 满足 $\|\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\zeta}) - \boldsymbol{\Phi}(\bar{\boldsymbol{\zeta}})\| \geqslant \bar{\lambda}\|\boldsymbol{\zeta} - \bar{\boldsymbol{\zeta}}\|$,$\bar{\lambda} > 0$ 为常数,非线性项 $\boldsymbol{\varphi}_n$ 是关于 $\boldsymbol{\xi}$ 的全局 Lipschitz 函数,则观测器(15)是指数收敛的.

证明 定义 $\begin{pmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\ \boldsymbol{z}(t)\\ \bar{\boldsymbol{v}}(t)\end{pmatrix} = \boldsymbol{\zeta}(t) = \boldsymbol{\Phi}^{-1}(\boldsymbol{\xi}(t))$ 是系统(2)的轨迹,从定理 1 知,$\hat{\boldsymbol{\xi}}(t)$ 指数收敛于 $\boldsymbol{\xi}(t)$.

定义 $\begin{pmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}(t)\\ \hat{\boldsymbol{z}}(t)\\ \dot{\bar{\boldsymbol{v}}}(t)\end{pmatrix} = \hat{\boldsymbol{\zeta}}(t) = \boldsymbol{\Phi}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\xi}}(t))$,经验证 $\hat{\boldsymbol{\zeta}}(t)$ 满足(15).

由假设 5 知,$\|\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\zeta}) - \boldsymbol{\Phi}(\bar{\boldsymbol{\zeta}})\| \geqslant \lambda\|\boldsymbol{\zeta} - \bar{\boldsymbol{\zeta}}\|$,表明 $\hat{\boldsymbol{\zeta}}(t)$ 指数收敛于 $\boldsymbol{\zeta}(t)$. 证毕.

3 数值仿真

下面利用本文所提出的方法,考虑如下非线性 DAE 子系统的状态观测问题:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_1 = \boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{x}_1\cdot\sin(1-\boldsymbol{z})^2,\\ \dot{\boldsymbol{x}}_2 = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{x}_2^3\cdot\bar{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{u},\\ 0 = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}}) = \boldsymbol{z}^2 + \boldsymbol{x}_1^2 + \boldsymbol{x}_2^2 - 1,\\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}_1.\end{cases} \tag{16}$$

对应系统(2),这里

$$\begin{cases}\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}}) = \begin{pmatrix}\boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{x}_1\cdot\sin(1-\boldsymbol{z})^2\\ 0\end{pmatrix},\\ \boldsymbol{f}_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{v}})\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix}0\\ 1 + \boldsymbol{x}_2^3\cdot\bar{\boldsymbol{v}}\end{pmatrix}\cdot\boldsymbol{u}.\end{cases} \tag{17}$$

定义 $\Omega = \{(x_1,x_2,z) \in \mathbf{R}^3 : z^2 + x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0, z > 0\}$ 注意到系统平衡点为$(x_1,x_2,z) = (0,0,1) \in \Omega$,关联输入选取为$\bar{v} = 5\sin(10t)$,关联输入 $\bar{v}$ 及其充分阶次导数为本地可测的.

坐标变换定义为

$$(\xi_1,\xi_2,\chi) = (x_1,x_2,z^2 + x_1^2 + x_2^2 - 1). \quad (18)$$

可以验证式(18)为 Ω 上的一个微分同胚,将(15)等价转化为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \xi_2 + \xi_1 \cdot \sin(1-z)^2, \\ \dot{\xi}_2 = u + \xi_2^3 \cdot \bar{v} \cdot u, \\ \dot{\chi} = 0, \\ y = \xi_1. \end{cases} \quad (19)$$

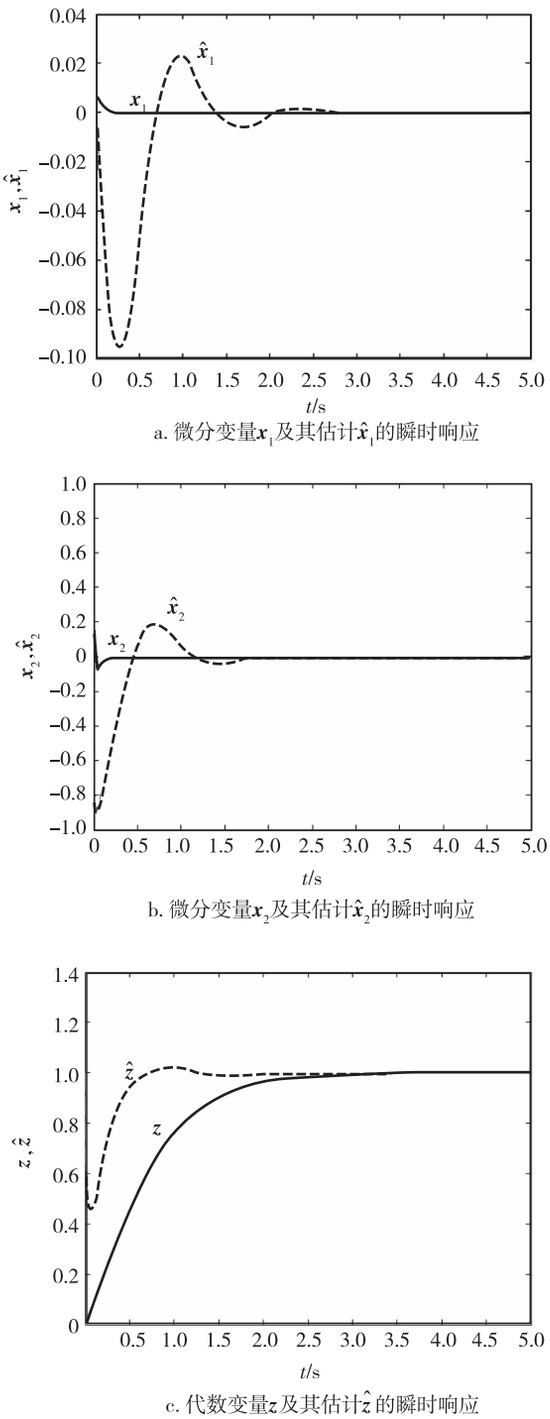
可以验证系统(17)满足假设1—4,与式(2)对应. 这里 $\varphi_1(\xi_1,\xi_2,\chi) = \xi_1 \cdot \sin(1-z)^2$,$\varphi_2(\xi_1,\xi_2,\chi) = \xi_2^3 \cdot \bar{v} \cdot u$ 满足下三角结构的条件. 下面验证假设5成立.

$$\begin{aligned} &\| \varphi_1(\xi_1,\xi_2,\chi) - \varphi_1(\bar{\xi}_1,\bar{\xi}_2,\bar{\chi}) \| = \\ &\| \xi_1 \cdot \sin(1-z)^2 - \bar{\xi}_1 \cdot \sin(1-z)^2 \| = \\ &\| \xi_1 - \bar{\xi}_1 \| \cdot \| \sin(1-z)^2 \| \leqslant \\ &c_1 \| \xi_1 - \bar{\xi}_1 \| \| \varphi_2(\xi_1,\xi_2,\chi) - \varphi_2(\bar{\xi}_1,\bar{\xi}_2,\bar{\chi}) \| = \\ &\| \xi_2^3 \cdot \bar{v} \cdot u - \bar{\xi}_2^3 \cdot \bar{v} \cdot u \| = \\ &\| \xi_2 - \bar{\xi}_2 \| \cdot \| \xi_2^2 + \xi_2 \cdot \bar{\xi}_2 + \bar{\xi}_2^2 \| \cdot \| \bar{v} \cdot u \| \leqslant \\ &c_2 \| \xi_2 - \bar{\xi}_2 \|, \end{aligned} \quad (20)$$

其中 c_1 和 c_2 为大于零的常数,满足 Lipschitz 条件,假设5成立. 由定理2,对系统(19)构造如下初始化非线性高增益观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\xi}}_1 = \hat{\xi}_2 + \hat{\xi}_1 \cdot \sin(1-z)^2 + \theta(\hat{\xi}_1 - y), \\ \dot{\hat{\xi}}_2 = u + \hat{\xi}_2^3 \cdot \bar{v} \cdot u + \theta^2(\hat{\xi}_1 - y), \\ \dot{\hat{z}} = -\frac{1}{\hat{z}}(\hat{\xi}_1 \cdot \hat{\xi}_{,1} + \hat{\xi}_2 \cdot \hat{\xi}_{,2}), \\ g(\hat{\xi}(0),\hat{z}(0),\bar{v}(0)) = 0. \end{cases} \quad (21)$$

对系统(16)选取有界输入为 $u = -125(x_2 + 15x_1)$,选取参数 $\theta = 5$,这里系统(16)和(21)的初始状态设定为$(x_1(0),x_2(0),z(0),\hat{\xi}_1(0),\hat{\xi}_2(0),\hat{\chi}(0)) = (0,1,0,0,0,1)$,此时系统满足代数约束方程,是初始化的. 仿真结果如图2所示,可见整个系统(16)和(21)是渐近稳定的,系统状态渐近收敛于平衡点.



a. 微分变量x_1及其估计$\hat{x}_1$的瞬时响应

b. 微分变量x_2及其估计$\hat{x}_2$的瞬时响应

c. 代数变量z及其估计$\hat{z}$的瞬时响应

图2 非线性 DAE 子系统(16)和观测器(21)的瞬时响应

Fig. 2 The instant responses of the nonlinear DAE subsystem(16) and its observer(21), for differential variable x_1 and its observer estimate $\hat{x}_1$, for differential variable x_2 and its observer estimate $\hat{x}_2$, and for algebraic variable z and its observer estimate $\hat{z}$

4 结论

本文研究了一类非线性 DAE 子系统的初始化高增益观测器设计问题,所提出的状态高增益观测器是非线性的和初始化的. 通过非线性微分同胚,实现系统的等价变换,然后,对等价系统给出了初始化

的状态观测器设计,使得状态观测误差是指数收敛的,整个系统是渐近稳定的,但是初始化的观测器需要没有干扰和满足代数方程的约束条件.

参考文献
References

[1] 王杰,陈陈. 电力系统中微分代数模型的非线性控制[J]. 中国电机工程学报,2001,21(8):15-18
WANG Jie, CHEN Chen. Nonlinear control of differential algebraic model in power systems[J]. Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering, 2001, 21(8): 15-18

[2] 张凯峰,戴先中,齐辉,等. 复杂电力系统的元件结构化模型分析与应用[J]. 中国电机工程学报,2007,27(13):24-28
ZHANG Kaifeng, DAI Xianzhong, QI Hui, et al. Analysis and application of component structural model of complex power systems[J]. Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering, 2007, 27(13): 24-28

[3] 马克茂,王子才,史小平. 一类非线性系统的观测器设计[J]. 控制理论与应用,1998,15(3):443-446
MA Kemao, WANG Zicai, SHI Xiaoping. Observer design for a class of nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 1998, 15(3): 443-446

[4] 臧强,戴先中. 非线性微分-代数系统的输出反馈镇定控制[J]. 自动化学报,2009,35(9):1244-1248
ZANG Qiang, DAI Xianzhong. Output feedback stabilization control for nonlinear differential-algebraic equation systems[J]. Acata Automatica Sinica, 2009, 35(9): 1244-1248

[5] 臧强,叶薛飞,林前程,等. 基于神经网络方法的不确定非线性微分-代数子系统的鲁棒反推镇定控制[J]. 南京信息工程大学学报:自然科学版,2012,4(5):340-344
ZAGN Qiang, YE Xuefei, LIN Qiancheng, et al. Robust backstepping stabilization control for uncertain nonlinear differential-algebraic equations subsystems based-on artificial neural networks[J]. Journal of Nanjing University of Information Sciences and Technology: Natural Science Edition, 2012, 4(5): 340-344

[6] 赵新良. 动态投入产出[M]. 沈阳:辽宁人民出版社,1991
ZHAO Xinliang. Dynamic input-output[M]. Shengyang: Liaoning People's Publishing House, 1991

[7] 张庆灵. 广义大系统的分散控制与鲁棒控制[M]. 西安:西北工业大学出版社,1982
ZHANG Qingling. Decentralized control and robust control for singular systems[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1982

[8] 戴先中,张凯峰. 复杂电力系统的接口概念与结构化模型[J]. 中国电机工程学报,2007,27(7):7-12
DAI Xianzhong, ZHANG Kaifeng. Interface concept and structural model of complex power systems[J]. Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering, 2007, 27(7): 7-12

[9] Zang Q, Dai X Z, Zhang K F. Asymptotic stabilization for a class of nonlinear differential-algebraic equations subsystems[C]// Proceedings of the 3rd International Conference on Impulsive Dynamic Systems and Applications, 2006: 1434-1439

[10] Zang Q, Dai X Z, Zhang K F. Backstepping control for a class of nonlinear differential-algebraic equations subsystems with application to power system[C]// Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2008: 4668-4673

[11] 戴先中,张凯峰,臧强. 基于结构化模型的电力系统元件非线性分散控制方法[J]. 中国电机工程学报,2007,28(22):15-22
DAI Xianzhong, ZHANG Kaifeng, ZANG Qiang. Nonlinear decentralized control method of power systems based on component structural model[J]. Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering, 2007, 28(22): 15-22

[11] Wang J, Chen C. Exact linearization of nonlinear control of differential algebraic systems[C]// Proceedings of International Conference on Info-Tech and Info-Net, 2001: 284-290

Initialized high gain observer design for nonlinear differential-algebraic equation subsystems

CHEN Weifeng[1] ZHOU Quan[1] ZANG Qiang[1]

1 School of Information and Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

Abstract In this paper, the problem of state observation for a class of nonlinear differential-algebraic equation (DAE) subsystem is considered and a design scheme of initialized high gain observer is proposed. There are two steps for this observer design. Firstly, the equivalent transformation of the system is achieved by a nonlinear diffeomorphism transformation. Then for the equivalent system, an initialized state observer design is given to make observation error converge exponentially. Finally, a numerical simulation is presented and the simulation results verify the effectiveness of the proposed method.

Key words differential-algebraic equation subsystems; nonlinear systems; high gain observer; initialization