文章编号:1674-7070(2012)06-0564-05

第二类边界逆热传导问题的一种新正则化方法

陈群[1]

摘要

考虑一个有界区域上第二类边界的逆热传导问题,给出了一个新的方法——多参数终值数据拟合法,并进行了收敛性分析,最后通过数值算例说明了该方法的有效性和数值稳定性.

关键词

热传导方程;逆问题;正则化方法;数值解

中图分类号 O242.2

文献标志码 A

0 引言

逆时热传导问题(BHCP)是由介质在某一时刻 T 的温度场分布 $u(x,T)=f(x)$ 来求 $t<T$ 时的温度. 众所周知,逆时热传导问题是不适定的[1]. 这种不适定性主要表现在以下两个方面. 1)逆时热传导问题不是对任意给定的函数 $f(x)$ 都存在解. 由于热传导问题的时间不可逆性,这里的 $f(x)$ 必须是某一个热传导正问题产生的温度场,才能保证逆时问题解在经典意义下的存在性. 在具体问题中,通常得到的是真实温度场 $f(x)$ 的测量数据 $f^{\delta}(x)$. 由于测量误差 δ 的存在,$f^{\delta}(x)$ 即使对很小的 δ 也有可能不是任意初始温度场产生的 T 时刻的温度分布,由此数据当然不可能求出任何有物理意义的精确的初始温度场. 2)初始温度场的数据对 $t=T$ 的温度场不具有连续依赖性,即 $u(x,T)$ 的小的改变有可能对应于初始温度场的很大的改变. 因此,必须使用稳定的算法以得到近似解. 近年来,国内外众多学者对逆时问题进行了研究,其中有界区域上的逆时热传导问题主要有以下几种常用方法:有限差分法[2]、Tikhonov 正则化方法[3-4]、拟逆与拟边界[5-9]以及边界元法[10-11]等.

本文考虑一个有界区域上的第二类边界的逆热传导问题,给出了一个新的方法——多参数终值数据拟合法,并给出了此方法的收敛性分析,得到了精确解与正则化解的误差关于所有时刻 $0\leqslant t\leqslant T$ 一致的表达式,并通过数值算例说明了该方法的有效性和数值稳定性.

1 正则化解的构造

本文考虑下面有界区域 $\Omega\subset\mathbf{R}^N$,$N=1,2,3$ 上产生的逆时热传导问题:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial t}=\nabla\cdot(a(x)\nabla u), & (x,t)\in\Omega\times(0,T),\\ \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial n}=0, & x\in\partial\Omega,\quad 0\leqslant t\leqslant T,\\ u(x,0)=u_0(x), & x\in\Omega.\end{cases}\tag{1}$$

其中 n 是边界的外法向. 我们的任务是由 $u(x,T)=f(x)$ 的扰动数据 $f^{\delta}(x)$ 来求初始温度分布 $u_0(x)$. 其中 $f^{\delta}(x)$ 满足:

$$\|f^{\delta}(\cdot)-f(\cdot)\|_2\leqslant\delta.\tag{2}$$

对任意给定的 $u_0(x)\in L^2(\Omega)$ 和 $a(x)\geqslant A_0\geqslant 0$,定解问题(1)存在

收稿日期 2012-03-08

资助项目 国家自然科学基金(61102091)

作者简介

陈群,女,讲师,博士生,研究方向为偏微分方程反问题. chenqun98@163.com

1 南京信息工程大学 数学与统计学院,南京,210044

唯一的解 $u(x,t)\in L^2((0,T),W^{1,2}(\Omega))$[12]. 很显然这一过程是适定的,而且给出了一个映射

$$\Phi:u_0(x)\in L^2(\Omega)\to f(x)\in H^1(\Omega).$$

定义$\{\lambda_n,\varphi_n^0(x):n\in N\}$是算子$A[\diamond]:=-\nabla\cdot(a(x)\nabla\diamond)$的特征系统,其定义域为

$$D(A):=\left\{\psi(x):\psi(x)\in H^2(\Omega),\frac{\partial\psi}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega}=0\right\},$$

即$\varphi_n^0(x)$是下面散度型特征值问题的解:

$$\begin{cases}-\nabla\cdot(a(x)\nabla\varphi_n^0(x))=0, & x\in\Omega,\\ \dfrac{\partial\varphi_n^0(x)}{\partial n}=0, & x\in\partial\Omega.\end{cases}$$

从标准的偏微分方程理论知,$\{\varphi_n^0(x):n\in N\}$构成了$L^2(\Omega)$的一组基而特征值满足$0<\lambda_1<\lambda_2<\cdots<\lambda_n<\cdots\to+\infty$[12]. 不失一般性,假设$\{\varphi_n^0(x):n\in N\}$是规范正交基,即:

$$\langle\varphi_n^0,\varphi_m^0\rangle_{L^2}=\begin{cases}1, & n=m,\\ 0, & n\neq m.\end{cases}$$

现在引入函数$\varphi_n(x,t)=\mathrm{e}^{-\lambda_n t}\varphi_n^0(x)$,易得到此函数满足下列定解问题:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\varphi_n(x,t)}{\partial t}=\nabla\cdot(a(x)\nabla\varphi_n(x,t)),\\ \qquad (x,t)\in\Omega\times(0,T),\\ \dfrac{\partial\varphi_n(x,t)}{\partial n}=0, \qquad x\in\partial\Omega,\quad 0\leqslant t\leqslant T,\\ \varphi_n(x,0)=\varphi_n^0(x), \quad x\in\Omega.\end{cases}$$

另一方面,根据$\varphi_n(x,t)$的构造,有下面的引理.

引理1 $\{\varphi_n(x,t):n\in N\}$构成了$L^2(\Omega)$的一组正交基,且对任意固定的$t\in[0,T]$,$\|\varphi_n(\cdot,t)\|_2=\mathrm{e}^{-\lambda_n t},n\in N$.

现在将初始数据$u_0(x)$用基函数$\varphi_n^0(x)$展开,即$u_0(x)=\sum_{m=1}^{+\infty}c_m\varphi_m^0(x),x\in\Omega$,其中系数为$c_m=\int_\Omega u_0(x)\varphi_m^0(x)\mathrm{d}x,m\in N$,那么正问题(1)的精确解$u(x,t)$可表示为

$$u(x,t)=\sum_{m=1}^{+\infty}c_m\varphi_m(x,t).$$

特别地,终值数据$f(x)=u(x,T)$具有展开形式:

$$f(x)=\sum_{m=1}^{+\infty}c_m\varphi_m(x,T). \tag{3}$$

事实上,仅知道$f(x)$的扰动数据$f^\delta(x)$,也只能计算(3)中的有限项. 因此,只能通过下面的逼近式子来决定未知系数c_m:

$$f^\delta(x)=\sum_{m=1}^{M}c_m\varphi_m(x,T). \tag{4}$$

其中截断项数M事先是不知道的,因此将作为此方法中的一个正则化参数. 事实上通过本文第3节中的数值算例也说明了M的大小确实影响了数值结果,这和正则化参数的理论意义是一致的. 因此通过(4)来同时决定截断项数M和系数c_m是不适定的,必须使用正则化方法.

下面采用最小模解的方法来确定M和系数c_m. 对任意给定的偏差$\varepsilon>0$,定义$C_M^{\varepsilon,\delta}:=\{c_m^{\varepsilon,\delta}:m=1,2,\cdots,M\}\in\mathbf{R}^M$是方程(4)的最小模解,即$C_M^{\varepsilon,\partial}$满足:

$$\left\|\sum_{m=1}^{M}c_m^{\varepsilon,\delta}\varphi_m(\cdot,T)-f^\delta(\cdot)\right\|_2\leqslant\varepsilon. \tag{5}$$

那么

$$\|C_M^{\varepsilon,\delta}\|_{\mathrm{R}^M}:=$$

$$\inf\left\{\|C_M^\delta\|_{\mathbf{R}^M}:\left\|\sum_{m=1}^{M}c_m^\delta\varphi_m(\cdot,T)-f^\delta(\cdot)\right\|_2\leqslant\varepsilon\right\}, \tag{6}$$

其中$C_M^\delta=:\{c_m^\delta:m=1,2,\cdots,M\}$.

为了讨论问题的方便,接下来假设$\varepsilon=\delta$. 定义算子$\mathrm{K}:R^M\to L^2(\Omega)$为

$$(\mathrm{K}C_M^\delta)(x):=\sum_{m=1}^{M}c_m^\delta\varphi_m(x,T). \tag{7}$$

通过计算可以得到在对偶系统$\langle\mathbf{R}^M,\mathbf{R}^M\rangle$和$\langle L^2(\Omega),L^2(\Omega)\rangle$下算子K的共轭为

$$\mathrm{K}g=\left[\int_\Omega\varphi_1(x,T)g(x)\mathrm{d}x,\int_\Omega\varphi_2(x,T)g(x)\mathrm{d}x,\cdots,\int_\Omega\varphi_M(x,T)g(x)\mathrm{d}x\right]^{\mathrm{T}}$$

下面利用Tikhonov正则化方法来求方程(4)的最小模解$C_M^{\varepsilon,\delta}$,而正则化参数用Morozov偏差原理给出[13],即$C_M^{\varepsilon,\delta}$满足下面的方程:

$$(\alpha(\varepsilon)I+\mathrm{K}^*\mathrm{K})C_M^{\varepsilon,\delta}=\mathrm{K}^*f^\delta(x), \tag{8}$$

而正则化参数$\alpha=\alpha(\varepsilon)$满足

$$\begin{cases}(\alpha I+\mathrm{K}^*\mathrm{K})C_M^{\alpha,\delta}=\mathrm{K}^*f^\delta(x),\\ \|\mathrm{K}C_M^{\alpha,\delta}-f^\delta\|=\varepsilon.\end{cases}$$

上述正则化参数满足的方程可用经典的牛顿法[13]来求,也可以通过最近发展起来的模型函数[14-15]的方法来求.

现在构造

$$F_M^{\varepsilon,\delta}(x,T)=\sum_{m=1}^{M}c_m^{\varepsilon,\delta}\varphi_m(x,T), \tag{9}$$

并且考虑下面的问题:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u_M^{\varepsilon,\delta}(x,t)}{\partial t}=\nabla\cdot(a(x)\nabla u_M^{\varepsilon,\delta}(x,t)),\\ \qquad (x,t)\in\Omega\times(0,T),\\ \dfrac{\partial u_M^{\varepsilon,\delta}(x,t)}{\partial n}=0, \qquad x\in\partial\Omega,\quad 0\leqslant t\leqslant T,\\ u_M^{\varepsilon,\delta}(x,T)=F_M^{\varepsilon,\delta}(x,T), \qquad x\in\Omega.\end{cases}$$

根据偏微分方程的理论,这个向后的热传导问题存在唯一的解,而且有显式表达式:

$$u_M^{\varepsilon,\delta}(x,t)=\sum_{m=1}^{M}c_m^{\varepsilon,\delta}\varphi_m(x,t),\quad t\in[0,T]. \tag{10}$$

将函数 $u_M^{\varepsilon,\delta}(x,t)$ 看成 $u(x,t)$ 的正则化解,正则化参数分别为截断项 M 和偏差 ε,这些参数如何确定将在下一节给出具体的方法.

2 正则化解的收敛性分析

因为本文是对测量数据采用正则化方法,而且对所有的 $t\in[0,T]$ 正则化解能够给出一致的显式表达式(10),所以能够对任意的 $t\in[0,T]$ 给出一致的收敛率. 这和其他经典的正则化方法是不同的,那些方法的收敛率是依赖于时间 t 的. 特别地,为了得到时刻 $t=0$ 的收敛率,需对初始数据 $u_0(x)$ 有更强的正则性假设[1].

首先,分析 $u_M^{\varepsilon,\delta}(\cdot,t)-u(\cdot,t)$ 的误差.

定理 1 设初始数据 $u_0(x)$ 满足 $u_0(x)\in H^p(\Omega)$,且 $\|u_0\|_{H^p}\leqslant U_p$, $p=1,2$,那么存在常数 $C_a>0$ 使得对任意的误差水平 δ 及正数 M,对所有 $t\in[0,T]$ 成立:

$$\|u_M^{\delta,\delta}(\cdot,t)-u(\cdot,t)\|_2\leqslant 3\mathrm{e}^{-\lambda_1 t}\left[\delta\mathrm{e}^{\lambda_M T}+\frac{C_a U_p}{\lambda_M^{p/2}}\right].$$

证明 因为

$$|u_M^{\delta,\delta}(x,t)-u(x,t)|^2=\left(\sum_{m=1}^{M}(c_m^{\delta,\delta}-c_m)\varphi_m(x,t)-\sum_{m=M+1}^{+\infty}c_m\varphi_m(x,t)\right)^2=$$
$$\left(\sum_{m=1}^{M}(c_m^{\delta,\delta}-c_m)\varphi_m(x,t)\right)^2+\left(\sum_{m=M+1}^{+\infty}c_m\varphi_m(x,t)\right)^2-$$
$$2\sum_{m=1}^{M}(c_m^{\delta,\delta}-c_m)\varphi_m(x,t)\sum_{m=M+1}^{+\infty}c_m\varphi_m(x,t),$$

由 $\{\varphi_n(x,t):n\in N\}$ 是 $L^2(\Omega)$ 的正交基得

$$\|u_M^{\delta,\delta}(\cdot,t)-u(\cdot,t)\|_2^2=\sum_{m=1}^{M}(c_m^{\delta,\delta}-c_m)^2\mathrm{e}^{-2\lambda_m t}+\sum_{m=M+1}^{+\infty}c_m^2\mathrm{e}^{-2\lambda_m t}\leqslant$$
$$\mathrm{e}^{-2\lambda_1 t}\sum_{m=1}^{M}(c_m^{\delta,\delta}-c_m)+\mathrm{e}^{-2\lambda_M t}\sum_{m=M+1}^{+\infty}c_m^2, \tag{11}$$

另一方面,由于

$$\sum_{m=1}^{M}(c_m^{\delta,\delta}-c_m)\varphi_m(x,T)=\sum_{m=1}^{M}c_m^{\delta,\delta}\varphi_m(x,T)-$$
$$f^\delta(x)+f^\delta(x)-f(x)+\sum_{m=M+1}^{+\infty}c_m\varphi_m(x,T),$$

可以得到

$$\frac{1}{3}\left(\sum_{m=1}^{M}(c_m^{\delta,\delta}-c_m)\varphi_m(x,T)\right)^2\leqslant$$
$$\left(\sum_{m=1}^{M}c^{\delta,\delta}\varphi_m(x,T)-f^\delta(x)\right)^2+$$
$$(f^\delta(x)-f(x))^2+\left(\sum_{m=1}^{M}c_m\varphi_m(x,T)\right)^2,$$

因此由(5)和(2)有

$$\frac{1}{3}\left(\sum_{m=1}^{M}(c_m^{\delta,\delta}-c_m)^2\mathrm{e}^{-2\lambda_m T}\leqslant 2\delta^2+\mathrm{e}^{-2\lambda_M T}\sum_{m=M+1}^{+\infty}c_m^2,\right.$$

也就是

$$\frac{1}{3}\sum_{m=1}^{M}(c_m^{\delta,\delta}-c_m)^2\leqslant 2\delta^2\mathrm{e}^{2\lambda_M T}+\sum_{m=M+1}^{+\infty}c_m^2. \tag{12}$$

将式(12)代入(11)得

$$\|u_M^{\delta,\delta}(\cdot,t)-u(\cdot,t)\|_2^2\leqslant 6\delta^2\mathrm{e}^{2\lambda_M T}\mathrm{e}^{-2\lambda_1 t}+$$
$$(3\mathrm{e}^{-2\lambda_1 t}+\mathrm{e}^{-2\lambda_M t})\sum_{m=M+1}^{+\infty}c_m^2. \tag{13}$$

另一方面,有

$$\nabla\cdot(a(x)\nabla u_0(x))=\sum_{m=1}^{+\infty}c_m\nabla\cdot(a(x)\nabla\varphi_m^0(x))=-\sum_{m=1}^{+\infty}c_m\lambda_m\varphi_m^0(x),$$

则对任意的 $u_0(x)\in H^2(\Omega)$,根据等价范数有:

$$\sum_{m=1}^{+\infty}c_m^2\lambda_m^2=C_a^2U_2^2<+\infty. \tag{15}$$

然而对 $u_0(x)\in H^1(\Omega)$,在式(14)两边同乘以 $u_0(x)$ 并在区域 Ω 上积分,得到

$$\int_\Omega u_0(x)\nabla\cdot(a(x)\nabla u_0(x))\mathrm{d}x=$$
$$-\int_\Omega\sum_{m=1}^{+\infty}c_m\lambda_m\varphi_m^0(x)\cdot\sum_{m=1}^{+\infty}c_m\varphi_m^0(x)\mathrm{d}x. \tag{16}$$

对式(16)左边利用 Green 公式并注意到 $\left.\dfrac{\partial u_0(x)}{\partial n}\right|_{\partial\Omega}=0$ 有:

$$\int_\Omega u_0(x)\nabla\cdot(a(x)\nabla u_0(x))\mathrm{d}x=$$
$$-\int_\Omega a(x)|\nabla u_0(x)|^2\mathrm{d}x,$$

而利用 $\varphi_n^0(x)$ 的规范正交性可推得:

$$\int_\Omega\sum_{m=1}^{+\infty}c_m\lambda_m\varphi_m^0(x)\cdot\sum_{m=1}^{+\infty}c_m\varphi_m^0(x)\mathrm{d}x=\sum_{m=M+1}^{+\infty}c_m^2\lambda_m.$$

因此有

$$\int_\Omega a(x)\mid \nabla u_0(x)\mid^2 \mathrm{d}x = \sum_{m=1}^{+\infty} c_m^2\lambda_m.$$

那么对 $p=2$,

$$\lambda_M^2\sum_{m=M+1}^{+\infty} c_m^2 \leqslant \sum_{m=M+1}^{+\infty}\lambda_m^2 c_m^2 \leqslant \sum_{m=1}^{+\infty}\lambda_m^2 c_m^2 \leqslant C_a^2 U_2^2. \quad (17)$$

而当 $p=1$ 时,由 Poincare 不等式可得:

$$\lambda_M\sum_{m=M+1}^{+\infty} c_m^2 \leqslant \sum_{m=M+1}^{+\infty}\lambda_m^2 c_m^2 \leqslant \sum_{m=1}^{+\infty}\lambda_m^2 c_m^2 \leqslant C_a^2 U_1^2. \quad (18)$$

现在由式(13),(17)和(18)可得

$$\| u_M^{\delta,\delta}(\cdot,t) - u(\cdot,t)\|_2^2 \leqslant 6\delta^2 \mathrm{e}^{2\lambda_M T}\mathrm{e}^{-2\lambda_1 t} + \frac{(3\mathrm{e}^{-2\lambda_1 t} + \mathrm{e}^{-2\lambda_M t})C_a^2 U_p^2}{\lambda_M^p}.$$

证明完成.

基于定理 1 的误差估计可以给出最优收敛率.

定理 2 设初始数据 $u_0(x)$ 满足 $u_0(x)\in H^p(\Omega)$ 且 $\| u_0\|_{H^p}\leqslant U_p, p=1,2$. 如果截断项 $M=M(\delta)$ 满足对任意固定的 $\beta\in(0,1)$ 有 $\lambda_{M(\delta)}\approx\frac{1}{T}\ln\frac{1}{\delta^\beta}$,那么当 $\delta\to 0$ 对所有的 $t\in[0,T]$ 成立

$$\| u_M^{\delta,\delta}(\cdot,t) - u(\cdot,t)\|_2 \leqslant C_0(a,p,T,\beta)\mathrm{e}^{-\lambda_1 t}\frac{1}{(\ln\delta)^{p/2}}.$$

证明 当 $\delta\to 0$ 时,对任意正函数 $h(\delta)\to 0$,取 $\lambda_{M(\delta)}\approx\frac{1}{T}\frac{1}{h(\delta)}$,那么对任意的 $t\in[0,T]$ 由定理 1 可知:

$$\| u_M^{\delta,\delta}(\cdot,t) - u(\cdot,t)\|_2 \leqslant 3\mathrm{e}^{-\lambda_1 t}\left[e^{1/h(\delta)}\delta + T^{\frac{p}{2}}C_a U_p h^{\frac{p}{2}}(\delta)\right] \leqslant C_0(a,p,T)\mathrm{e}^{-\lambda_1 t}\left[\mathrm{e}^{1/h(\delta)}\delta + h^{\frac{p}{2}}(\delta)\right],$$

其中常数 $C_0(a,p,T)=3\max\{1,T^{p/2}C_a U_p\}$.

对任意固定的 $\beta\in(0,1)$,选择函数 $h(\delta)=:1\Big/\ln\frac{1}{\delta^\beta}$,则当 $\delta\to 0$ 时有:

$$0<e^{1/h(\delta)}\delta + h^{\frac{p}{2}}(\delta) = \delta^{1-\beta} + 1\Big/\left(\ln\frac{1}{\delta^\beta}\right)^{p/2}\to 0.$$

注意到 $\delta\to 0$ 时有 $\delta^{-\beta}=o\left(1\Big/(\ln\frac{1}{\delta^\beta})^{p/2}\right)$,因此结论成立.

3 数值算例

例 1 考虑下面一维变系数热传导问题

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial t} = \nabla\cdot(a(x)\nabla u), & (x,t)\in(0,1)\times(0,T),\\ u_x(0,t)=u_x(1,t)=0, & 0\leqslant t\leqslant T,\\ u(x,0)=u_0(x), & x\in[0,1].\end{cases}$$

其中测量数据在 $T=1$ 处给出,系数 $a(x)=\mathrm{e}^x/20$.

对于这个变系数的热传导问题,利用有限元法来求其正问题和特征值问题得到输入数据 $u(x,T)$ 和特征系统. 图 1 给出了精确的 $u(x,0)$,$u(x,T)$ 以及对不同的误差水平 δ 得到的反演结果. 由图 1 可以看出结果是令人满意的.

图 2 给出了误差水平 $\delta=0.05$,节点数 $N=120$ 时,$u^\delta(x,0)$ 与 $u(x,0)$ 之间的 L^2-误差随时间变化的曲线,结果表明误差与时刻 t 之间呈指数衰减,这与第 2 节中所给的理论结果是一致的.

表 1 给出了误差水平 $\delta=0.05$,节点数 $N=120$ 时,不同的截断项 M 与 $u^\delta(x,0)$ 与 $u(x,0)$ 之间的 L^2-误差之间的关系,结果表明截断项 M 确实是一个正则化参数,和本文的理论结果相符合.

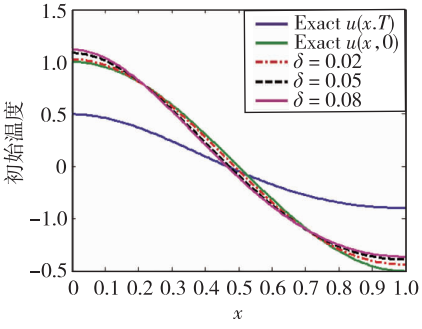


图 1 不同的 δ 反演的数值结果

Fig. 1 Inversion results with different δ

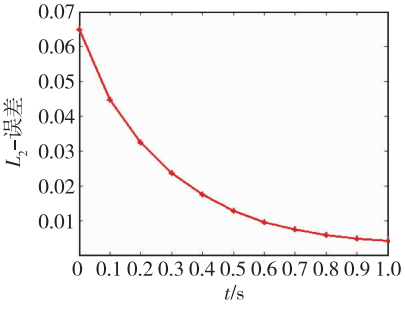


图 2 不同时刻的 L^2-误差曲线

Fig. 2 L^2-error curve with different time

表 1 不同截断项 M 得到的 L^2-误差

Table 1 L^2-error with different truncation term

M	L^2-误差
1	0.707 1
2	0.084 4
3	0.064 9
4	4.215 3

参考文献
References

[1] 刘继军. 不适定问题的正则化方法及应用[M]. 北京:科学出版社,2005
LIU Jijun. Regularization of inverse problems and its application[M]. Beijing:Science Press,2005
[2] Lijima K, Onishi K. Lattice-free finite difference method for backward heat conduction problems[J]. Inverse Problem in Science and Engineering,2007,15(2):93-106
[3] Li H, Liu J J. Solution of backward heat problem by Morozov discrepancy principle and conditional stability [J]. Numerical Mathematics A Journal of Chinese Universities,2005,14(2):180-192
[4] Liu J J. Numerical solution of forward and backward problem for 2-D heat conduction problem[J]. Computational Applied Mathematics,2002,145(2):459-482
[5] Lattes R, Lions J L. The method of quasi-reversibility [M]. New York:Elsevier,1969
[6] Showalter R E. The final value problem for evolution equations[J]. Journal of Mathematical Analysis and Application,1974,47:563-572
[7] Miller K. Stabilized quasi-reversibility and other nearly-best-possible method for non-well-posed problems[J]. Lecture Notes in Mathematics,1973,316:161-176
[8] Chang J R, Liu C S, Chang C W. A new shooting method for quasi-boundary regularization of backward heat conduction problems[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer,2007,50(11/12):2325-2332
[9] Denche M, Bessila K. A modified quasi-boundary value method for ill-posed problems[J]. Journal of Mathematical Analysis and Application,2005,301(2):419-426
[10] Mera N S, Elliott L, Ingham D B, et al. An iterative boundary element method for solving the one dimensional backward heat conduction problem [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2001, 44 (10): 1937-1946
[11] Lesnic D, Elliott L, Ingham D B. An iterative boundary element method for solving the backward heat conduction problem using an elliptic approximation [J]. Inverse Problems in Engineering,1998,6(4):255-279
[12] Ladyzhenskaya O A. The boundary value problems of mathematical physics[M]. New York:Springer,1985
[13] Kress R. Linear integral equations[M]. Berlin:Springer-Verlag,1989
[14] Kunisch K, Zou J. Iterative choices of regularizing parameters in linear inverse problems[J]. Inverse Problems, 1998,14(5):1247-1264
[15] Wang Z W, Liu J J. New model function methods for determining regularization parameters in linear inverse problems[J]. Applied Numerical Mathematics,2009,59 (10):2489-2506

A new regularizing method for backward heat conduction problem

CHEN Qun[1]

1 School of Mathematics and Statistics, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

Abstract We propose a new reconstruction scheme for the backward heat conduction problem with second kind boundary in bounded domain. The convergence analysis depending on the strategy of choosing regularizing parameters is given. Numerical implementations are presented to show the validity and numerical stability of this new scheme.

Key words heat conduction; inverse problem; regularization; numerics