文章编号:1674-7070(2009)03-0204-04

超混沌系统参数不匹配情况下的耦合同步

王铁邦[1]　曹天德[1]　宋爱粉[1]　陈光旨[2]

摘要

相互耦合同步法能使混沌系统同步,但是在混沌系统一个参数不匹配时该方法不能使超混沌系统同步.用数值模拟的方法研究超混沌系统参数不匹配情况下的同步,利用相互耦合法和自适应控制同步法在超混沌 LC 振荡电路中实现了混沌系统一个参数不匹配情况下的混沌同步.当超混沌 LC 系统两个参数不匹配,甚至超混沌 LC 系统两个参数相差很大的情况下,该方法均能使超混沌系统达到同步.

关键词

参数不匹配;超混沌;混沌同步

中图分类号 O415.5

文献标志码 A

0　引言

Introduction

驱动-响应同步方案(简称 PC)由 Pecora 和 Carrol 在 1990 年[1]首先提出.随后其他的混沌同步方法如主动-被动分拆同步法[2]、参数调节法和自适应控制调节法[3]等也相继出现. Kocarev 等[2]提出了通过分解给定系统的主动和被动部分,构建混沌同步动力学系统的方法并且应用于通信;文献[4-5]提出了用混沌进行通信;文献[6]用主动-间隙耦合同步法在离散系统中使混沌系统趋于同步.

超混沌系统具有两个或两个以上正的 Lyapunov 指数[7],包含了更多的信息,它的同步能够应用于通信中,其保密性和抗破译能力比低维系统有很大的改观,因此超混沌同步成了人们研究的热点之一.继驱动-响应同步法在洛仑兹-哈肯超混沌系统(简称 CLHE)中实现混沌同步之后[8],用驱动-反馈同步法也在超混沌系统中实现了混沌同步[9].这些方法首先要分解出超混沌系统中的稳定部分,然后才能实现同步,但是自然界中的大多数超混沌如激光超混沌系统、生化超混沌系统等是不能分解出稳定部分的.相互耦合同步法就能克服这些困难实现超混沌 LC 系统的混沌同步[10],不过该方法在参数不匹配情况下却失去了同步.在实际应用中,由于混沌系统的特性和外界各种因素的干扰,两个系统的参数完全匹配是相当困难的,所以参数不匹配情况是常见的.本文用相互耦合同步法和自适应控制同步法施于参数不匹配的超混沌 LC 系统,实现了混沌同步.

1　自适应控制同步法

Adaptive control synchronization method

自适应控制同步法是在一种简单自适应控制机制的基础上[11]提出的改进方法[12],可以应用于控制非线性混沌系统,使得相空间轨迹与所期望的不稳定轨道达到同步.

考虑 n 维自治非线性系统

$$\dot{u} = f(u,\mu), \tag{1}$$

这里 $u=(u_1,u_2,\cdots,u_n)$ 及 $f(u,\mu)=f\left(f_1(u,\mu),f_2(u,\mu),\cdots,f_n(u,\mu)\right)$ 分别为依赖于参数集 $\mu=(\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_n)$ 的 n 维矢量及函数 f. 选择参数值使系统处于混沌态区域.令 $O(v)$ 为系统所期望的且为系统的一

收稿日期 2009-05-22

资助项目 江苏省教育厅"青蓝工程"培养对象(0717);南京信息工程大学科研基金(20080283)

作者简介

王铁邦,男,博士,副教授,研究方向为非平衡统计. tbwang@nuist.edu.cn

1　南京信息工程大学　数理学院,南京,210044

2　广西大学　物理系,南宁,530004

个自然不稳定轨道,v 表示所期望轨道的变量的值. 所期望轨道当然可以是系统的混沌轨道,也可以是一个不稳定周期轨道. 把产生所期望轨道的系统称为目标系统,称受控系统为响应系统,目的就是要引进对系统(1)的一种控制机制,使得响应系统的变量 u 与目标系统的变量 v 同步. 为此,通过引入参数 μ 的小微扰来修改方程(1)的演化.

$$\dot{u} = f(u,\mu)\ , \tag{2}$$

$$\dot{\mu}_i = -\sum h\left[\varepsilon(u_j - v_j),\mathrm{sgn}\left(\frac{\mathrm{d}f_j}{\mathrm{d}\mu_j}\right)\right] - \delta g(\mu_i - \mu_i^*)\ , \tag{3}$$

这里 μ_i^* 为相应于目标系统的参数 μ_i 的值;ε 为刚性常数;δ 为衰减参数;μ_j 为相应于 μ_i 参数下的整个演化方程中的变量;函数 h 为 $(u_j - v_j)$ 的连续函数;g 为 $(\mu_i - \mu_i^*)$ 的连续函数;函数 $\mathrm{sgn}(x)$ 表示 x 的符号. 除了 μ_i 外,其余参数都被假定为常数,并取为目标系统相应的参数值. 函数 h 和 g 可以有多种选择形式. 这里简单取为

$$h\left[\varepsilon(u_j - v_j),\mathrm{sgn}\left(\frac{\mathrm{d}f_i}{\mathrm{d}\mu_j}\right)\right] = \mathrm{sgn}\left(\frac{\mathrm{d}f_j}{\mathrm{d}\mu_j}\right)(u_j - v_j), \tag{4}$$

$$g(\mu_i - \mu_i^*) = \mu_i - \mu_i^*\ . \tag{5}$$

当无控制时,系统变量 u 一般出现混沌行为;而控制后,可以发现在 ε 和 δ 的一定取值的范围内,驱使系统进入期望轨道 $O(v)$. 选择好 h 和 g 的函数形式,对实现混沌同步是颇为重要的,因为它们的作用能更好和更快地使系统的实际输出与所规定的目标输出达到同步. 换句话说,使它们之间的误差信号通过改变系统的控制参数后,尽快地趋向于 0,以达到自适应控制混沌同步的目的.

2 对超混沌 LC 振子系统的讨论

Discussion of the hyper-chaotic LC oscillator system

2.1 超混沌LC 振子系统

超混沌 LC 振子模型是由 Tamasevicius 等[13]提出的,包括一个串联的 LC 振荡回路、负阻、充当非线性元件的二极管和一个运算放大器. 其动力学系统可描述为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} = ax_1 - x_2 - x_3,\\ \dfrac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} = x_1 - bx_2,\\ \mu\dfrac{\mathrm{d}x_3}{\mathrm{d}t} = x_1 - cx_3 - x_4,\\ \varepsilon\dfrac{\mathrm{d}x_4}{\mathrm{d}t} = x_3 - d(x_4 - 1)H(x_4 - 1).\end{cases} \tag{6}$$

其中:a,b,c,d,μ 和 ε 为系统参数;$H(u)$ 为阶跃函数,

$$H(u) = \begin{cases}0, & u < 0;\\ 1, & u \geqslant 0.\end{cases} \tag{7}$$

当 $a = 0.6, b = 0.05, c = 0.015, d = 10, \varepsilon = 0.33, \mu = 0.3$ 时,系统(6)有两个正的 Lyapunov 指数 $\lambda_1 = 0.11, \lambda_2 = 0.06$,表现出超混沌性质. 在下面的数值模拟中,除了特别说明之外,各参数都取上面的值.

2.2 一个参数不匹配下的混沌同步

用相互耦合同步法对超混沌 LC 振子系统讨论时,在参数匹配情况下,当相互耦合系数 ω 大于 0.05 时,经一定时间的演化,两超混沌系统最终能达到同步. 当耦合系数 $\omega = 0.35$,参数不匹配(也即 $a' = a = 0.6, c' = c = 0.015, d' = d = 10, \mu' = \mu = 0.3, \varepsilon' = \varepsilon = 0.33, b' = 0.1, b = 0.05$)的情况下,两混沌系统失去了同步[10].

复制一个和系统(6)一样的超混沌系统,其变量用 $y_i(i = 1,2,3,4)$ 表示. 在原系统和复制系统上加上相互耦合,则原系统为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} = ax_1 - x_2 - x_3 + w(y_1 - x_1),\\ \dfrac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} = x_1 - bx_2 + w(y_2 - x_2),\\ \mu\dfrac{\mathrm{d}x_3}{\mathrm{d}t} = x_1 - cx_3 - x_4 + w(y_3 - x_3),\\ \varepsilon\dfrac{\mathrm{d}x_4}{\mathrm{d}t} = x_3 - d(x_4 - 1)H(x_4 - 1) + w(y_4 - x_4).\end{cases} \tag{8}$$

复制的系统为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}t} = a'y_1 - y_2 - y_3 + w(x_1 - y_1),\\ \dfrac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}t} = y_1 - b'y_2 + w(x_2 - y_2),\\ \mu'\dfrac{\mathrm{d}y_3}{\mathrm{d}t} = y_1 - c'y_3 - y_4 + w(x_3 - y_3),\\ \varepsilon'\dfrac{\mathrm{d}y_4}{\mathrm{d}t} = y_3 - d'(y_4 - 1)H(x_4 - 1) + w(x_4 - y_4).\end{cases} \tag{9}$$

其中:ω 为相互耦合系数;$a', b', c', d', \mu', \varepsilon'$ 为复制系统的系统参数.

以超混沌系统(8)和(9)各对应变量的差 $e_i = x_i - y_i(i = 1,2,3,4)$ 随时间的变化来反映两超混沌系统的同步情况.

在系统(9)中,对 b' 进行自适应控制

$$\frac{\mathrm{d}b'}{\mathrm{d}t} = -\varepsilon(y_2 - x_2)\mathrm{sgn}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x_2}\left(\frac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}t}\right)\right] - \delta(b' - b). \tag{10}$$

其中:x_2 为期望的超混沌轨道的 x_2 分量,也就是系

统(8)中的 x_2 分量;b 为相应于 b'的参数值,也即在系统(8)中的 b($b=0.05$);ε 为刚性常数,取为 $\varepsilon=5$;δ 为衰减参数,取为 $\delta=10$.

取相互耦合系数 $\omega=0.35$,参数不匹配的情况下,对系统(8)中的 b'加上自适应控制后,系统(8)和系统(9)的对应变量的差 e_i 随时间变化趋于0,如图1所示. 由图1可以明显看出,随时间的演化,系统(8)和系统(9)的对应变量的差趋于0,也就是混沌系统(8)和混沌系统(9)在一个参数不匹配的情况下达到了混沌同步.

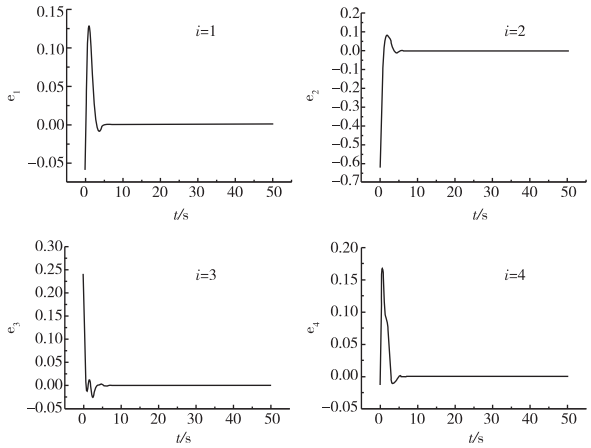


图1 一个参数不匹配($b'=0.1, b=0.05$)时系统(8)和系统(9)对应变量差 e_i随时间的变化

Fig. 1 The respective changes of the corresponding error e_i of systems(8) and(9) with time in the case of one parameter being mismatched($b'=0.1, b=0.05$)

2.3 两个参数不匹配下的混沌同步

以上应用相互耦合同步法和自适应控制同步法能使混沌系统在参数不匹配情况下,恢复了混沌系统的混沌同步. 但是在实际的系统中,由于各种因素的干扰,往往不止一个参数不匹配,下面讨论有两个参数同时不匹配时超混沌系统的同步情况.

超混沌系统(8)和(9)的两个系统参数不匹配情况为 $c'=c=0.015, d'=d=10, \mu'=\mu=0.3, \varepsilon'=\varepsilon=0.33, a'=0.605, a=0.6, b'=0.1, b=0.05$. 在超混沌系统(9)中,对 b'进行自适应控制(10),对系统参数 a'也进行自适应控制.

$$\frac{\mathrm{d}a'}{\mathrm{d}t}=-\varepsilon(y_1-x_1)\mathrm{sgn}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x_1}\left(\frac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}t}\right)\right]-\delta(a'-a), \quad (11)$$

其中:x_1为期望的超混沌轨道的 x_1分量,也就是系统(8)中对应的 x_1分量;a 为相应于 a'的参数值,也即在系统(8)中的 a($a=0.6$);ε 为刚性常数取为 $\varepsilon=5$;δ 为衰减参数取为 $\delta=10$.

取 $\omega=0.35$,在两个参数同时不匹配情况下,图2所示为超混沌系统(8)和(9)的各对应变量的差 e_i 随时间的变化情况. 由图2可见 e_i 迅速地趋于0,也就是超混沌系统(8)和(9)在两个参数不匹配的情况下达到了混沌同步.

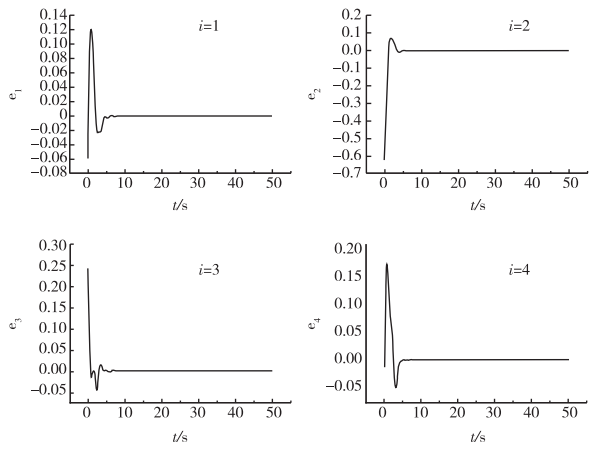


图2 两个参数不匹配($a'=0.605, a=0.6, b'=0.1, b=0.05$)时系统(8)和系统(9)对应变量差 e_i随时间的变化

Fig. 2 The respective changes of the corresponding error e_i of systems(8) and(9) with time in the case of two parameters being mismatched($a'=0.605, a=0.6, b'=0.1, b=0.05$)

2.4 两个参数在相差很大情况下的混沌同步

$\omega=0.35$,超混沌系统的两个系统参数相差很大的情况:$c'=c=0.015, d'=d=10, \mu'=\mu=0.3, \varepsilon'=\varepsilon=0.33, a'=1, a=0.6, b'=1, b=0.05$. 图3所示为

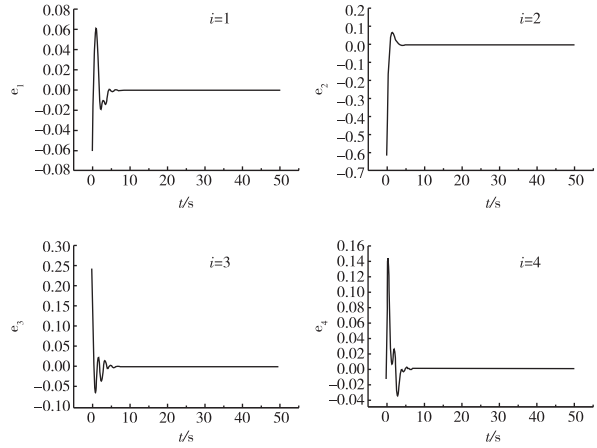


图3 两个参数相差很大($a'=1, a=0.6, b'=1, b=0.05$)时系统(8)和系统(9)对应变量差 e_i随时间的变化

Fig. 3 The respective changes of the corresponding error e_i of systems(8) and(9) with time when the difference of two mismatched parameters is very big($a'=1, a=0.6, b'=1, b=0.05$)

超混沌系统(8)和(9)的各对应变量的差 e_i 随时间的变化情况. 由图 3 可见,e_i 迅速地趋于0,也就是超混沌系统(8)和(9)在两参数相差很大的情况下达到了混沌同步. 相互耦合同步法和自适应控制同步法的同时应用显示出强大的同步功能.

3 结论
Conclusion

本文以超混沌 LC 振子系统为例,用相互耦合同步法和自适应控制同步法实现了超混沌 LC 振子系统的同步. 在超混沌系统不仅在一个参数不匹配的情况下,能够使超混沌系统达到同步,而且在两个参数同时不匹配,以及两个参数相差很大的情况下,也能使超混沌系统达到同步. 超混沌系统具有两个或多于两个正的 Lyapunov 指数,其不确定性和保密性更强. 因此,超混沌系统的混沌同步在保密通信中的应用前景是相当广阔的. 相互耦合的方法有其特有的优点,可望在保密通信中大显身手.

参考文献
References

[1] Pecora L M,Carroll T L. Synchronization in chaotic systems[J]. Phys Rev Lett,1990,64(8):821-824
[2] Kocarev L,Parlitz U. General approach for chaotic synchronization with applications to communication[J]. Phys Rev Lett,1995,74(25):5028-5031
[3] John J K,Amritkar R E. Synchronization of unstable orbits using adaptive control[J]. Phys Rev E,1994,49(6):4843-4848
[4] Hayes S,Grebogi C,Ott E. Communicating with chaos[J]. Phys Rev Lett,1993,70(20):3031-3034
[5] Perez G,Cerderra H A. Extracting messages masked by chaos[J]. Phys Rev Lett,1995,74(11):1970-1973
[6] 王金兰,陈光旨. 时空混沌系统的主动-间隙耦合同步[J]. 物理学报,1999,48(9):1605-1610
WANG Jinlan,CHEN Guangzhi. Active-interval coupled synchronization in time-space chaotic systems[J]. Physics Journal,1999,48(9):1605-1610
[7] Rossler O E. An equation for hyperchaos[J]. Phys Lett A,1979,71(2/3):155-157
[8] 方锦清. 超混沌同步及其超混沌控制[J]. 科学通报,1995,40(4):306-310
FANG Jinqing. Hyper-chaotic synchronization and its hyper-chaotic control[J]. Science Bulletin,1995,40(4):306-310
[9] 方锦清. 非线性系统中混沌控制方法、同步原理及其应用前景[J]. 物理学进展,1996,16(2):1-60
FANG Jinqing. Chaotic control method,synchronization principle and application prospect of nonlinear systems[J]. Advances in Physics,1996,16(2):1-60
[10] 王铁邦,陈光旨,覃团发. 时空混沌的相互耦合同步[J]. 广西科学,2001,8(1):19-21
WANG Tiebang,CHEN Guangzhi,QIN Tuanfa. Mutual coupled synchronization in time-space chaos[J]. Guangxi Science,2001,8(1):19-21
[11] Rosenblum M G,Pikovsky A S,Kurths J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators[J]. Phys Rev Lett,1997,78(12):4193-4196
[12] Fujisaka H,Yamada T. Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems[J]. Progress of Theoretical Physics,1983,69(1):32-47
[13] Tamasevicius A,Namajunas A,Cenys A. Simple 4D chaotic oscillator[J]. Elestron Lett,1996,132(11):957-958

Coupled synchronization of hyper-chaotic systems in the case of mismatched parameters

WANG Tiebang[1] CAO Tiande[1] SONG Aifen[1] CHEN Guangzhi[2]
1 College of Mathematics and Physics,Nanjing University of Information Science & Technology,Nanjing 210044
2 Department of Physics,Guangxi University,Nanning 530004

Abstract The mutual coupling method can realize the synchronization of chaotic systems,but when one chaotic parameter is not matched,this method can not realize the synchronization of hyperchaotic systems. In this paper,the method of numerical simulation is adopted to investigate the synchronization of hyperchaotic systems in the case of one parameter being mismatched. The hyperchaotic synchronization is achieved in a LC oscillator by combining the mutual coupling method and the adaptive control method in the case of there being one mismatched parameter in the hyperchaotic system. This method can also achieve the complete synchronization of hyperchaotic LC systems when two parameters of the hyperchaotic LC system are mismatched and even there is a much bigger difference between the two corresponding but mismatched parameters.

Key words mismatched parameter;hyperchaos;chaotic synchronization